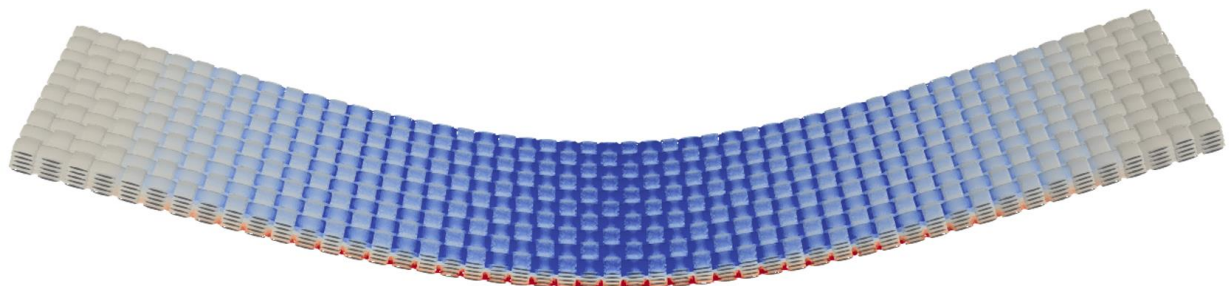


Journée Scientifique et Technique de l'AMAC en co-  
organisation avec le CSMA

**Homogénéisation et calcul multi-échelle dans les  
matériaux hétérogènes et structures composites**

**14 octobre 2019**

**Université Paris-Est Marne-la-Vallée, Cité Descartes**



# Programme

8h30 – 9h00 : Accueil café
9h00 : Mot de bienvenue
9h10 : F. Conejos – Homogénéisation viscoélastique de matériaux composites tissés et validation de l'hypothèse de séparation des échelles
9h35 : B. Durif – Challenges de la simulation de la mise en forme de renforts composites unidirectionnels HiTape
10h00 : P. Boisse – Simulation méso-macro du drapage des renforts textiles de composites
10h25-10h55 : Pause café
10h55 : J. Bleyer – Modélisation multiphasique pour la fissuration des milieux renforcés par fibres
11h20 : Y. Carpier – Simulation de la reprise d'efforts des plis au sein de stratifiés à matrice thermoplastique soumis à un chargement combinant flux radiant et fluage
11h45 : M. Lebihain – Rupture fragile des matériaux hétérogènes : prédire les propriétés de rupture effectives par homogénéisation
12h10 : A. Lucchetta – Une double procédure incrémentale variationnelle pour les matériaux composites élasto-plastiques avec écrouissage cinématique linéaire et isotrope
12h35-14h00 : Déjeuner
14h00 : C. Bouvet – Simulation numérique du comportement mécanique d'un réseau de fibres enchevêtrées et réticulées pour matériau d'âme
14h25 : D. Koliesnikova – Comparaison conceptuelle et algorithmique de la méthode multi-grilles Local Defect Correction et de la méthode d'homogénéisation numérique de type EF2 hybride
14h50 : P. Bouteiller – Modélisation dynamique des structures multicouches à l'aide du modèle SCLS1
15h15 – 15h45 : Pause café
15h45 : P.-Y. Méchin – Identification des propriétés mécaniques des fibres de carbone de rigidité axiale variable à partir d'un modèle micro-mécanique
16h10 : A. Boukar – Modélisation multi-échelle du comportement mécanique de composite à renfort de verre biaxial (NCF)
16h35 : P.-A. Guidault – Couplage surfacique non-intrusif de modèles non-conformes pour l'analyse locale-globale de structures hétérogènes
17h00 : A. Rezik - Estimation des coefficients de fluage de maçonnerie avec prise en compte d'interactions entre microfissures
17h25 : Conclusion de la journée
17h35 : Fin de la JST

# Homogénéisation viscoélastique de matériaux composites tissées et validation de l’hypothèse de séparation des échelles

## *Damping homogenization in woven composites*

Florian Conejos<sup>1,3</sup>, Etienne Balmes<sup>1,2</sup>, Eric Monteiro<sup>1</sup>, Bastien Tranquart<sup>3</sup>

1 : Arts et Metiers ParisTech, CNRS, CNAM, HESAM  
151 boulevard de l’Hôpital, 75013 Paris, France

e-mail : florian.conejos@ensam.eu, etienne.balmes@ensam.eu et eric.monteiro@ensam.eu

2 : SDTools

44 Rue Vergniaud, 75013 Paris, France  
e-mail : info@sdtools.com

3 : Safran Tech — Safran Composites

33 Avenue de la Gare, 91760 Itteville, France  
e-mail : bastien.tranquart@safrangroup.com

### Résumé

L’objectif est d’analyser l’amortissement des aubes de soufflante de turboréacteur qui sont composées de fibres de carbone et de matrice époxy possédant respectivement un comportement élastique et viscoélastique. Une homogénéisation des propriétés des torons, puis du tissé, conduit à des lois viscoélastiques orthotropes. Une écriture matricielle de la procédure permet l’utilisation de méthodes de réduction de modèle pour construire la dépendance en température. Enfin, la taille des motifs pouvant ne pas être faible devant les dimensions d’aubes, le domaine de validité de la méthode sera vérifiée sur la base de calculs périodiques.

### Abstract

The objective of this work is to predict damping of engine fan blades made of 3D woven carbon epoxy composites. The fibers are considered elastic and the matrix viscoelastic. A homogenization of tow, then weave properties leads to an orthotropic viscoelastic behavior. A matrix formulation of the problem allows the use of model reduction techniques to build the temperature dependence of the considered laws. Finally, the size of weave patterns being not small compared to the structure size, periodic computations are used to characterize the domain of validity of the scale separation hypothesis and thus validity of the homogenized model.

**Mots Clés :** Homogénéisation viscoléastique, Validation périodique, Amortissement, Composite tissé 3D

**Keywords :** Homogenization, viscoelastic, periodic validation, damping, 3D woven composite

## 1. Introduction

Les techniques d’homogénéisation standards considèrent qu’il y a séparation des échelles c’est-à-dire que la longueur d’onde du spectre spatial de la sollicitation est très grande par rapport à la taille du volume élémentaire représentative (VER) et que ce dernier est très grand vis-à-vis de la taille des hétérogénéités du milieu étudié. En appliquant, aux bords du VER, une sollicitation macroscopique homogène qui peut être soit un champ de déformation (KUBC), soit un champ de contrainte (SUBC), soit un champ mixte (MUBC) [3], l’égalité des travaux entre les milieux homogènes et hétérogènes conduit à la matrice des rigidités  $[C]$  définissant le comportement du milieu homogénéisé. L’exposé théorique formule la méthodologie d’homogénéisation viscoélastique sous forme matricielle afin de permettre l’utilisation d’une réduction multi-modèle [2] et propose de déterminer le domaine de validité de l’homogénéisation par confrontation à un calcul périodique exact. Un composite tissé 3D est utilisé comme cas d’application et illustre la dépendance en température des propriétés ainsi que l’effet de choix de maillages.

## 2. Homogénéisation viscoélastique

Au sein de l'approche proposée, l'obtention des propriétés homogénéisés d'un milieu microscopique hétérogène est réalisée sans aucune opération de moyenne de contraintes ou de déformations comme explicité dans [3]. La méthodologie repose sur l'égalité des travaux des solutions homogènes et hétérogènes pour un champ homogène donné (Eq. 1). Ceci est équivalent à la condition de macro homogénéité de Hill. L'exposant  $h$  caractérise le milieu hétérogène tandis que  $m$  caractérise le milieu homogène (macroscopique).

$$\int_V \underline{\sigma}^m \underline{\epsilon}^m dV = \int_V \underline{\sigma}^h \underline{\epsilon}^h dV \Rightarrow [C^m]_{6 \times 6} V = [q^h]_{6 \times N}^T [K^h]_{N \times N} [q^h]_{N \times 6} \quad (\text{Eq. 1})$$

L'égalité exprimée dans (Eq. 1) est valable, dans le cas KUBC pour des déformations macroscopiques unitaires. Pour calculer la réponse du système hétérogène à ce chargement, on réalise un relèvement statique en utilisant la relation d'équilibre  $[K^h] \{q^h\} = \{F\}$ . Dans le cas SUBC, pour un champ de contrainte homogène  $[\sigma^m] = [I]$  la démarche est identique, néanmoins, on obtient la matrice des souplesses (inverse des rigidités). Enfin, pour l'application d'un champ homogène mixte (MUBC) piloté en déplacement comme explicité dans [5], le post-traitement est identique au KUBC d'après [4].

L'extension de la méthodologie mise en place dans le cas élastique à la viscoélasticité, se fait par l'instauration de modules complexes caractérisant la loi de comportement d'un matériau. La matrice des rigidités  $[C]$  de ce dernier permettant de construire la matrice globale de raideur  $[K]$  peut être décomposée en une somme pondérée de matrices réelles avec une pondération complexe. Ainsi, la prise en compte de la viscoélasticité est exprimée par

$$[C] = \sum_{ij} C_{ij} [C_{ij}^u] \Rightarrow [K] = \sum_{ij} C_{ij} [K(C_{ij}^u)] \quad (\text{Eq. 2})$$

où la matrice  $[C_{ij}^u]$  est une matrice réelle ayant pour seule composante non nulle le terme  $ij$ . Pour rappel, d'après [6], un module complexe s'écrit  $C_{ij} = C'_{ij} + iC''_{ij} = C'_{ij}(1 + i\eta_{ij})$  avec  $C'_{ij}$  un module de stockage caractérisant la partie élastique,  $C''_{ij}$  un module de perte caractérisant la dissipation d'énergie. On peut définir le facteur de perte  $\eta_{ij} = \Im(C_{ij})/\Re(C_{ij})$ . Les facteurs de perte sont associés à des modules, c'est pourquoi s'intéresser à des facteurs de perte pour des coefficient de Poisson n'a d'interprétation claire.

Le schéma de résolution appliqué est le même qu'en élasticité linéaire, conduisant à une matrice des rigidités  $[C^m]$  complexe, avec  $[q^h]$  et  $[K^h]$  complexes, par exemple dans le cas KUBC, on a

$$[C^m]_{6 \times 6} V = [q^h]_{6 \times N}^T [K^h]_{N \times N} [q^h]_{N \times 6} = \left[ \langle q_i^h, q_j^h \rangle_{[K^h(C')] } + i \langle q_i^h, q_j^h \rangle_{[K^h(C'')] } \right] \quad (\text{Eq. 3})$$

## 3. Validité de l'homogénéisation par confrontation avec un calcul périodique exact

Les milieux géométriquement périodiques [1, 7] permettent de construire une solution exacte sur un milieu infini avec des longueurs d'onde de réponse indépendantes des tailles de cellule périodique. Si l'homogénéisation est valide pour une longueur d'onde donnée, les énergies des modèles homogène (tel que construit avec la méthode définie précédemment, c'est-à-dire avec un champ homogène) et hétérogène devraient être égales.

Pour vérifier cette égalité, on construit un champ de déplacement harmonique de la forme

$$[u^d(\kappa, X)] = \Re(e^{i\{\kappa\}\{X\}}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [q^d]_{|noeuds}. \quad (\text{Eq. 4})$$

avec  $\{X\}' = \{x, y, z\}$  représentant la position d'un point dans le VER et  $\{\kappa\} = \kappa \{d\}$  vecteur d'onde, de norme  $\kappa = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  longueur d'onde de la sollicitation) et direction  $\{d\}$ .

Pour obtenir un champ d'effort périodique comparable pour les deux modèles, on prend la matrice masse du milieu hétérogène et le champ de déplacement  $[q^d]$ , on construit pour chaque orientation  $j$  un champ volumique d'effort d'inertie pour le milieu hétérogène.

$$\{f_j^h(\kappa, x)\} = [M^h] \omega^2 \{q_j^d(\kappa, x)\} \quad (\text{Eq. 5})$$

Les réponses pour les milieux homogènes et hétérogènes, sont respectivement  $[q^m] = [K^m]^{-1} [f^h]$  ;

et  $[q^h] = [K^h]^{-1} [f^h]$  en vérifiant les conditions de périodicité.

La validité de l'homogénéisation est évaluée en étudiant le rapport

$$\alpha_j = \frac{\|\{q^m\}\|_{[K^m]}}{\|\{q^h\}\|_{[K^h]}} \quad (\text{Eq. 6})$$

entre l'énergie du milieu hétérogène et du milieu homogénéisé pour des ondes de compression ( $j$  dans l'axe de propagation ou de cisaillement sinon).

## 4. Cas d'application

### 4.1. Maillage voxel et conforme par fonction de niveau d'une microstructure et d'une mésostructure

Le composite étudié est composé d'une matrice époxy viscoélastique variant en fonction de la fréquence et de la température et de fibres de carbone purement élastique. L'objectif est d'obtenir les propriétés viscoélastiques homogènes d'une mésostructure tissée 3D et d'en vérifier la validité. Par conséquent, deux homogénéisations viscoélastiques sont nécessaires, l'une permet d'obtenir les propriétés des torons et l'autre celle de la mésostructure. La première est réalisée en utilisant un VER hexagonal compact. La seconde utilise les résultats de la première pour le

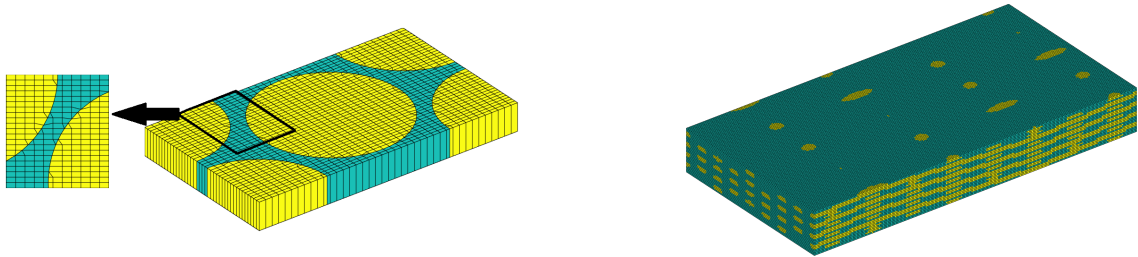


Fig. 1. Exemple de maillage des microstructures et des mésostructures

comportement torons. Deux maillages différents sont étudiés, un conforme généré à l'aide d'une découpe par fonction de niveau avec différents éléments et un voxelisé constitué uniquement d'éléments hexaédriques réguliers.

L'homogénéisation des torons a été effectuée pour différentes fréquences  $f$  avec une évolution de la température. En effet, sur la figure (Fig. 2) représentant le facteur de perte dans une direction perpendiculaire à l'axe des fibres, on observe que pour de basse température la différence avec le facteur de perte matrice est moins importante que pour de hautes températures.

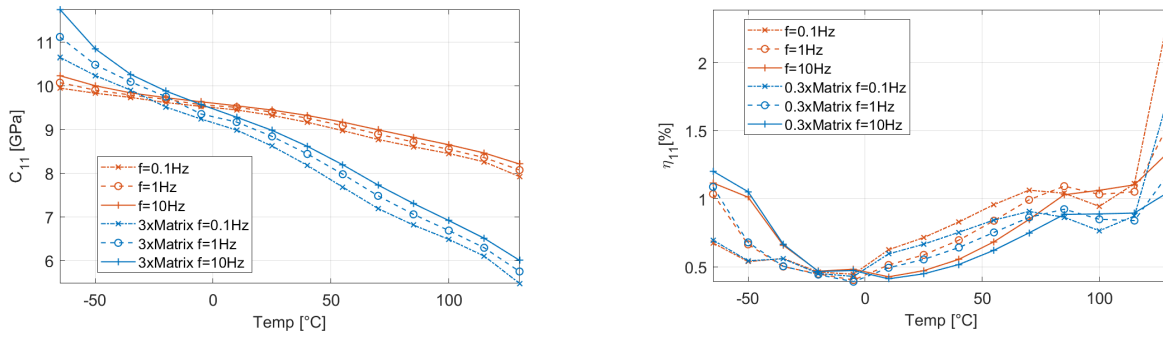


Fig. 2. Module et facteur de perte homogénéisés des torons dans le sens transverse au fibre pour un modèle hexagonal compact avec des éléments linéaires (rouge) et loi matrice avec un facteur d'échelle constant (bleue).

Ensuite, à l'échelle microscopique, on s'intéresse à la validité de l'homogénéisation des torons pour une fréquence fixée à  $f = 1\text{Hz}$  à différentes températures avec un maillage linéaire. Sur la Fig. 3, on observe que pour un rapport longueur d'onde sur diamètre de fibre ( $\lambda/d$ ), il y a convergence pour un rapport de 20 dans le sens axial (la direction  $w$ ). En revanche dans les sens transverses, ceci intervient pour un rapport  $\lambda/d$  supérieur à 200. A l'échelle du toron, on peut dire que l'homogénéisation est valide pour des gradients supérieurs à  $1\text{mm}$  pour un diamètre de fibre de  $5\mu\text{m}$ . Dans l'exposé, des résultats sur l'utilisation de la réduction et la prédiction d'amortissement dans les tissés seront présentés.

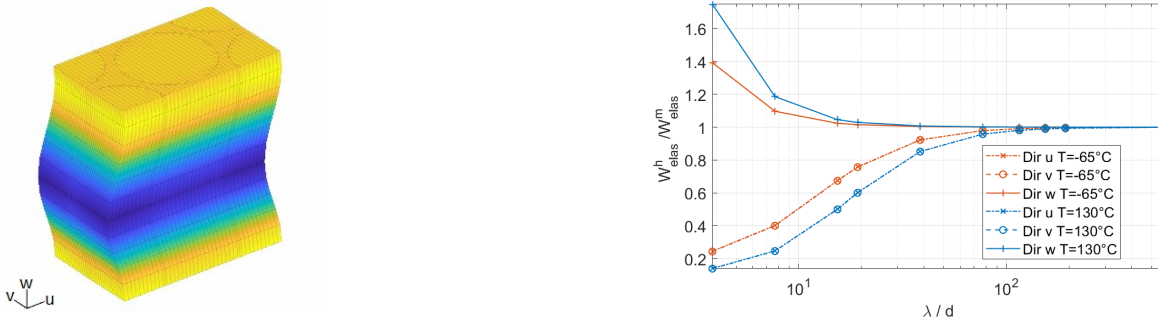


Fig. 3. Déplacement  $u$  pour une onde propagée en  $w$  et rapport des énergies à l'échelle microscopique.

## Références

- [1] Elodie Arlaud. *Modèles dynamiques réduits de milieux périodiques par morceaux : application aux voies ferroviaires*. PhD thesis, ENSAM, December 2016.
- [2] E. Balmes. Parametric families of reduced finite element models. theory and applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 10(4) :381–394, 1996.
- [3] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation En Mécanique Des Matériaux 1 : Matériaux Aléatoires Élastiques et Milieux Périodiques*. Hermes, 2001.
- [4] S. Hazanov and M. Amieur. On overall properties of elastic heterogeneous bodies smaller than the representation volume, 1994.
- [5] G Hello, J Schneider, and Z Aboura. Numerical simulations of woven composite materials with voxel-FE models. In *ECCM-16th*, Seville, Spain,, June 2014.
- [6] J. Salençon. *Viscoélasticité*. Presse des Ponts et Chaussées, Paris, 1983.
- [7] A. Sternchuss. *Multi-Level Parametric Reduced Models of Rotating Bladed Disk Assemblies*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2009.

# Challenges de la simulation de la mise en forme de renforts composites unidirectionnels HiTape<sup>®</sup>

## *Challenges in simulation of forming of unidirectional HiTape<sup>®</sup> composite reinforcements*

B. Durif<sup>1,2\*</sup>, N. Moulin<sup>1</sup>, S. Drapier<sup>1</sup>, L. Bouquerel<sup>2</sup> et M. Blais<sup>2</sup>

1 : Mines Saint-Étienne, Université de Lyon, CNRS, UMR 5307 LGF  
Centre SMS, 158 Cours Fauriel, 42023 Saint-Étienne  
e-mail : nmoulin@emse.fr, drapier@emse.fr

2 : Hexcel Reinforcements  
435 Route des Nappes, 38630 Les Avenières  
e-mail : bastien.durif@hexcel.com, laure.bouquerel@hexcel.com, maxime.blais@hexcel.com

### Résumé

La simulation de la mise en forme des composites structuraux tels que l'HiTape<sup>®</sup> est un enjeu principal pour les industriels, dans l'objectif de prédire les géométries et les défauts des pièces manufacturées réalisées à partir d'empilements de plis. La modélisation de la mise en forme nécessite de comprendre les phénomènes induits par le caractère fibreux du pli unitaire d'HiTape<sup>®</sup> en grandes transformations, se traduisant notamment par un comportement isotrope transverse associé à un comportement de flexion particulier et non-linéaire. Il est également essentiel de représenter les cinématiques propres à l'empilement et à l'inter-pli où se concentre la déformation du fait du fort contraste de propriétés. Ainsi, il est nécessaire d'observer le comportement du matériau à l'échelle du pli (mésoscopique) mais également à l'échelle de la préforme (macroscopique) dans le but d'analyser et de traduire au mieux ce dernier. Cette approche à deux échelles a été mise en place ici dans le but d'aboutir à un modèle de comportement permettant de simuler l'étape de mise en forme d'un renfort UD.

### Abstract

Simulating the forming of structural composites such as the HiTape<sup>®</sup> is a main issue for the industry, to predict geometries and defects on manufactured parts obtained from the stacking of plies. Modeling of forming requires to understand the phenomena induced by the fibrous aspect of the HiTape<sup>®</sup> ply in large transformations, defined by a particular and non-linear bending behaviour. It is also essential to represent the kinematics of the stacking and of the inter-ply where deformations are mainly located due to the high properties ratio. Hence, it is needed to observe the material behaviour looking at the ply scale (mesoscopic) but also at the stacking scale (macroscopic) to analyse and describe it in a good way. This two-scales approach was used in this work in order to result in a behaviour model allowing to simulate UD reinforcement forming.

**Mots Clés :** mise en forme, composite unidirectionnel, hyperélasticité, zones cohésives, superposition

**Keywords :** forming, unidirectional composite reinforcement, hyperelasticity, cohesive zones, superimposition

## 1. Introduction

Le besoin de montée en cadence associé au désir d'automatisation a mené l'industrie aéronautique à se tourner vers les procédés directs (infusion/injection) pour l'élaboration des pièces de structure en composite. De ce fait, de nouveaux renforts secs ont dû être mis au point tels que le renfort HiTape<sup>®</sup> développé par l'entreprise Hexcel [1]. Ce dernier se compose d'une multitude de fibres de carbone ( $6\mu m$  de diamètre) disposées cote-à-cote. Un voile thermoplastique placé de part et d'autre de ces fibres (figure 1.(a)) permet d'assurer la cohésion du renfort et l'automatisation de sa dépose en plis d'épaisseur d'environ  $200\mu m$  [1]. Des empilements de plis pouvant atteindre plusieurs centimètres d'épaisseur sont alors mis en forme pour obtenir une pièce de structure. Le procédé de mise en forme utilisé ici est nommé double-diaphragme (figure 1.(b)). Dans un premier temps la préforme est compactée entre deux membranes plastiques afin

d'assurer un taux volumique de fibre maîtrisé. A l'aide du vide, elle est ensuite mise en forme, à chaud, pour obtenir une pièce tridimensionnelle sèche, prête pour l'imprégnation (figure 1.(c)).

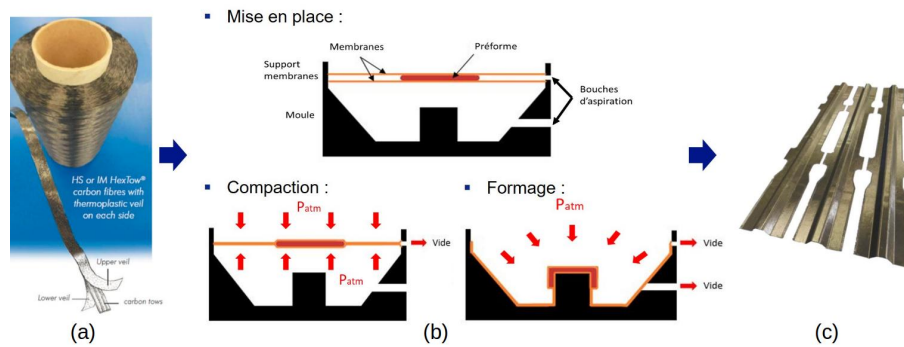


Fig. 1. (a) Structure du renfort HiTape<sup>®</sup>, (b) procédé de mise en forme par double-membranes et (c) raidisseurs secs obtenus après mise en forme [1].

L'étape de formage conditionne en grande partie les propriétés mécaniques finales de la pièce ainsi que l'apparition des possibles défauts. Elle représente donc une étape critique du procédé, ce qui explique les nombreuses études dont elle fait l'objet, en particulier celle de Bouquerel [2].

## 2. Particularités de la mise en forme de l'HiTape<sup>®</sup>

La modélisation de la mise en forme de renforts composites a donné lieu à de nombreux travaux depuis plus de 20 ans [2] [3] [4] [5] [6]. Toutefois, la nature de l'HiTape<sup>®</sup> lève des difficultés rarement abordées dans ces travaux. Tout d'abord, à l'échelle des plis, le placement des fibres côte-à-côte induit une réponse de type isotrope transverse, de plan d'isotropie normal à la direction des fibres [2]. Cette réponse est, de plus, caractérisée par une quasi-inextensibilité des fibres en traction et des rigidités de plusieurs décades inférieures en compression ainsi que dans les autres directions du renfort du fait de l'absence de réel maintien entre les fibres. Pour des raisons de coût de calcul et de caractérisation, une représentation du pli par un milieu continu équivalent nous amène à définir les modes de déformation suivants : élongation (figure 2.a), compaction (figure 2.b), cisaillements (figure 2.encadré) et flexion hors-plan (figure 2.d).

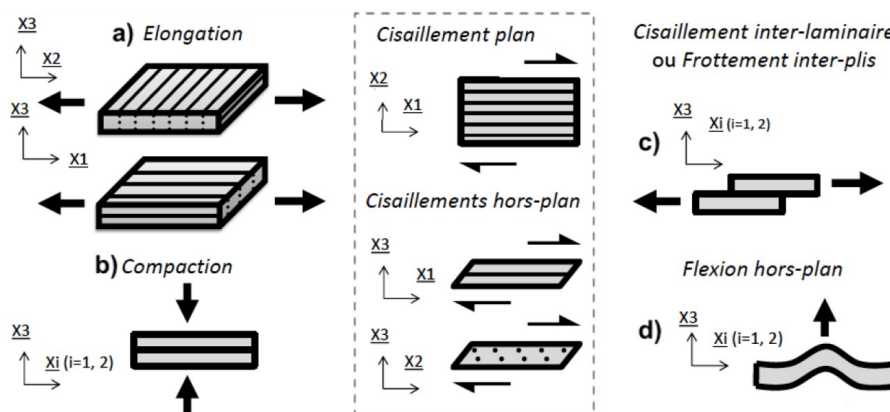


Fig. 2. Modes de déformation à l'échelle des plis lors de l'étape de mise en forme d'un empilement [3].

En second lieu, lorsque l'HiTape<sup>®</sup> est utilisé pour former un empilement un mode de déformation propre aux renforts structurés multi-axiaux doit être représenté : le cisaillement inter-laminaire (ou frottement inter-ply) [3] [4] (figure 2.c). La quasi-inextensibilité des fibres n'autorise que ce seul mode de déformation, localisé dans une "couche" dont l'épaisseur peut difficilement être définie mais dont la richesse de réponse doit être caractérisée puis représentée dans un modèle numérique intégrant, évidemment, toutes les autres non-linéarités liées à la mise en forme.



### 3. Modélisation du pli unitaire

Sur la base de l'étude des modes de déformation décrits en figure 2, une approche hyperélastique a été choisie pour décrire le comportement du pli unitaire. Cette approche est basée sur un potentiel de déformation fonction d'invariants porteurs de sens physique (Eq. 1) [2] [4].

$$\bar{\bar{S}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \bar{\bar{C}}} \quad \text{avec} \quad W(\bar{\bar{C}}) = W(I_1, I_2, \dots, I_n) = W(I_{elong}, I_{cp\ lat}, I_{cp\ iso}, I_{cis}) \quad (\text{Eq. 1})$$

Où  $\bar{\bar{S}}$  est le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff II,  $W$  le potentiel de déformation,  $\bar{\bar{C}}$  le tenseur des dilatations de Cauchy-Green droit,  $I_{(1,\dots,n)}$  les invariants classiques de  $\bar{\bar{C}}$  et  $I_{(elong,\dots,cis)}$  les invariants porteurs de sens physique issus de l'étude des modes de déformation du renfort. Il reste à compléter ce modèle avec le mode de déformation en flexion hors-plan qui apparaît comme un des modes privilégiés au travers de l'expérience. Comme pour les milieux fibreux en général, la réponse en flexion de l'HiTape<sup>®</sup> est particulière car elle n'est pas liée uniquement à sa rigidité de membrane, même en tension, du fait de mobilités internes. Le découplage membrane-courbure peut être reproduit à l'aide de cinématiques de type Milieux Continus Généralisés par exemple. Toutefois, la particularité, ici, est que la rigidité de flexion du pli est plus faible que celle d'un milieu continu qui posséderait les mêmes rigidités en tension-compression [3] [5] (figure 3). Un travail doit donc être fait sur le profil de distribution des rigidités dans l'épaisseur qui permette d'obtenir, à la fois, une rigidité de membrane correspondant à la rigidité de traction des fibres de l'HiTape<sup>®</sup> et une rigidité de flexion moindre. De plus, cette rigidité de flexion est non-linéaire en fonction de la courbure  $\kappa$  (figure 3.(a)). Une possibilité, représentée en figure 3.(b), consiste à concentrer les rigidités les plus importantes autour de la ligne moyenne.

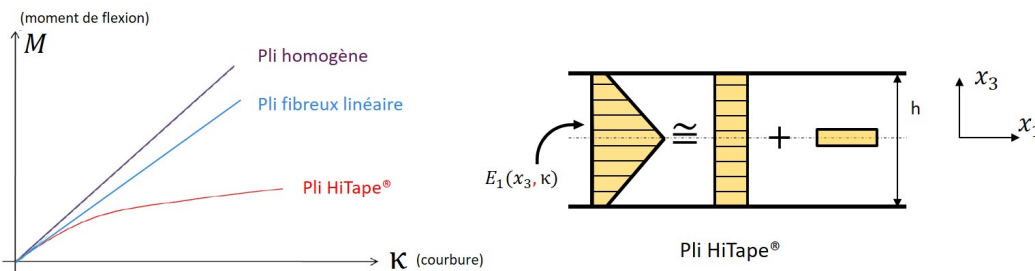


Fig. 3. (a) Relation moment/courbure et (b) répartition des rigidités théoriques retenue pour un pli HiTape<sup>®</sup>.  $E_1$  désigne la rigidité de traction dans le sens fibre.

La modélisation du pli retenue ici consiste à superposer deux types d'éléments finis distincts partageant des degrés de liberté mais possédant chacun un comportement spécifique assimilable à celui d'un milieu continu homogène [5] [6]. Ainsi le comportement de traction sera assumé par un élément de type membrane placé sur la surface moyenne du pli et possédant une rigidité de traction égale à celle des fibres, et celui de flexion hors-plan par un élément tri-dimensionnel de rigidité de traction bien plus faible que celle du pli homogène. Le choix d'un élément tri-dimensionnel pour traiter la flexion hors-plan tient au besoin de représentation géométrique de l'épaisseur du pli, contrairement à l'élément de type coque, pour la modélisation d'empilements, évitant d'avoir recours à des traitements particuliers des "surfaces" des éléments en contacts.

### 4. Impact et modélisation de l'inter-pli

Se rapportant désormais à un empilement, l'étude du comportement de flexion des plis d'HiTape<sup>®</sup> met en avant l'impact important de l'inter-pli sur le comportement en flexion de la structure. On peut observer sur la figure 4 que négliger l'impact de l'interface lors de la déformation entraîne une surestimation de la rigidité de flexion d'un empilement, notamment due à la concentration des déformations à l'interface par la présence du voile et la quasi-inextensibilité des fibres.

La caractérisation de l'inter-pli est délicate du fait de sa finesse mais néanmoins cruciale. Des travaux antérieurs [2] ont permis de déterminer un coefficient de frottement inter-pli fonction de la vitesse de glissement, de la température et de la pression normale au contact. Les importants rapports d'épaisseur et de propriétés mécaniques entre le pli et l'inter-pli posent la question de la représentation physique et de la modélisation de ce dernier. De nombreux problèmes numériques peuvent donc apparaître, tels que des phénomènes de verrouillage, et doivent être contournés tout en limitant les coûts de calcul ; et ce, dans un contexte de grandes transformations.

La solution retenue passe par l'utilisation d'éléments de type zones cohésives [2] [3] [7]. Ce choix a été motivé par le besoin de représenter l'interface autour d'une loi de comportement riche permettant de représenter les phénomènes d'adhésion, d'endommagement et de frottement observés expérimentalement. Leur absence d'épaisseur physique et leurs trois degrés de liberté en translation permettent également une intégration simple dans les modèles de calcul. Cependant leur utilisation dans les cas de grandes transformations reste à discuter, marquant la principale limitation à leur utilisation.

## 5. Conclusions et perspectives

La simulation numérique du procédé de mise en forme des renforts HiTape<sup>®</sup> représente un point clé dans la compréhension et la maîtrise des propriétés mécaniques finales des pièces composites. La méthode mise en place permet de décrire le caractère multi-échelle de la préforme ainsi que les cinématiques complexes induites par des comportements (interface et pli) très différents. Pour cela, une approche par superposition d'éléments a été employée pour représenter le pli permettant le découplage des comportements en traction (élément membrane) et en flexion (élément tri-dimensionnel). Concernant l'inter-pli le choix d'un élément cohésif a été fait [2]. De premiers résultats ont été obtenus, sur modèles simplifiés, permettant de confirmer l'approche décrite dans ce travail. Il est cependant nécessaire de continuer le développement des modèles numériques afin de les enrichir en traduisant pleinement les comportements exposés précédemment. Pour aller plus loin, l'interaction avec l'outillage (membranes) devra être étudié.

## Références

- [1] Hexcel Reinforcements, <https://www.hexcel.com/Products/Fabrics-Reinforcements/>, 2019.
- [2] L. Bouquerel. *Contribution à l'étude de la mise en forme de renforts secs unidirectionnels HiTape<sup>®</sup> pour structures primaires aéronautiques*. Thèse de doctorat, 2019.
- [3] L. Bouquerel, B. Durif, N. Moulin, M. Blais et S. Drapier. *Mise en œuvre de l'adhésion-contact pour le formage de renforts composites UD's HiTape<sup>®</sup>*. Acte de conférence : 14ème Colloque National en Calcul des Structures, 13-17 Mai 2019, Giens, France.
- [4] A. Charmetant. *Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites*. Thèse de doctorat, 2011.
- [5] M. Nishi, T. Hirashima et T. Kurashiki. *Textile composite reinforcement forming analysis considering out-of-plane bending stiffness and tension dependent in-plane shear behaviour*. Acte de conférence : 16th European Conference on Composite Materials, 22-26 Juin 2014, Seville, Espagne.
- [6] Y. Larberg et M. Akermo. *In-plane deformation of multi-layered unidirectional thermoset prepreg - Modelling and experimental verification*. Composite Part A : Applied Science and Manufacturing, 56 : 203-212, 2014.
- [7] E. Lorentz. *A mixed interface finite element for cohesive zone models*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198(2) : 302-317, 2008.

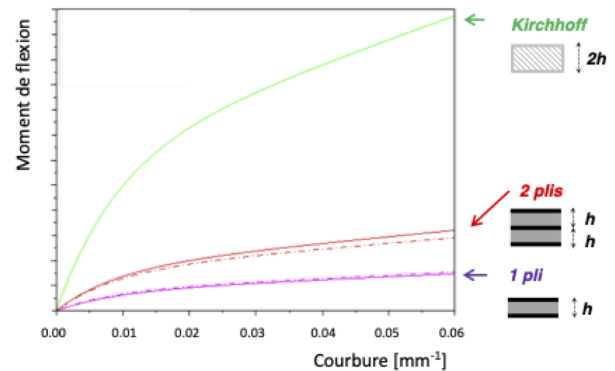


Fig. 4. Comportement en flexion de l'HiTape<sup>®</sup>, pour un pli unitaire, un empilement de deux plis et un pli unitaire théorique d'épaisseur doublée [3].

## Simulation méso-macro du drapage des renforts textiles de composites

### *Meso-macro simulation of the draping of composite textile reinforcements*

A. Iwata<sup>1</sup>, T. Inoue<sup>1</sup>, N. Naouar<sup>2</sup>, P. Boisse<sup>2</sup> \* and S.V. Lomov<sup>3</sup>

1 : Engineering Development Center,  
Toray Industries, Inc., 3-1 Sonoyama 3-chome , Ostu, Shiga 520-0842 Japan  
e-mail : Akira\_Iwata@nts.toray.co.jp

2 : LaMCoS, Université de Lyon, CNRS, INSA Lyon, France  
e-mail : philippe.boisse@insa-lyon.fr

3 : Department of Materials Engineering,  
KU Leuven, Kasteelpark Arenberg 44, BE-3001 Leuven, Belgium  
e-mail : stepan.lomov@kuleuven.be

### Résumé

La prédiction de défauts tels que les plissements pendant le drapage des renforts textiles de composites nécessite une modélisation détaillée des déformations du tissu et des mèches à l'échelle mésoscopique, ce qui nécessite des moyens de calcul important. Une simulation à l'échelle meso, est obtenue en couplant une simulation de drapage à l'échelle macroscopique continue avec une modélisation mésoscopique locale à l'endroit où le défaut est censé se produire. Les conditions limites pour un modèle local sont extraites de la simulation macro. La géométrie du tissu est modélisée avec WiseTex et transférée à une formulation par éléments finis. La simulation macro utilise un modèle continu de membrane-et coque spécifique au tissé pour une représentation adéquate de la rigidité à la flexion. Un modèle constitutif hyperélastique pour les mèches (Charmetant - Boisse) est utilisé dans la modélisation méso. Les paramètres du modèle sont identifiés et validés par des essais indépendants de tension, de cisaillement, de compactage et de flexion du fil et du tissu. La simulation meso reproduit le glissement local des mèches et le flambement, par exemple sur le coin du moule 3D. Les simulations sont comparées aux déformations locales observées lors d'expériences de drapage pour deux tissus à armure toile de carbone, l'un avec des mèches en fibre de carbone 12K et l'autre avec des mèches étalés, sur un moule hémisphérique et un moule en forme de boîte.

### Abstract

Prediction of defects such as wrinkles require detailed modelling of the fabric and yarns deformations on the meso-level (level of the yarn interlacing structure), which demands huge computational resources. Computationally viable meso-level simulation, described in the paper, is achieved by coupling continuous macro draping simulation with a local meso-modeling in location where the defect is expected to occur, with boundary conditions for a the local model taken from the macro simulation. The fabric geometry is modelled with WiseTex and transferred to a finite element formulation. Macro-simulation uses a membrane-shell continuous model of the fabric for adequate representation of the bending rigidity. A hyperelastic constitutive model for the yarns (Charmetant – Boisse) is used in the meso-modelling. The model parameters are identified and validated in independent tension, shear, compaction and bending tests of the yarn and the fabric. The simulation reproduces local yarn slippage and buckling, for example, the yarn distortion on the 3D mould corner. The simulations are compared with the local fabric distortions observed during draping experiments for two carbon plain weave fabrics, one with typical 12K carbon fibre tows, and another with spread tows, on a hemispherical and a box-shaped moulds.

**Mots Clés :** Renforts textiles, meso-macro, mise en forme

**Keywords :** Fabrics/textiles meso-macro, Forming

## 1. Introduction

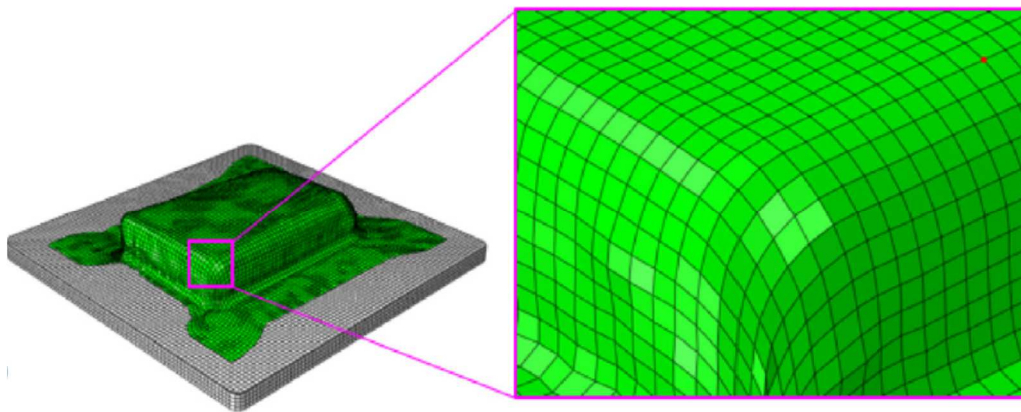
La dernière décennie a vu le développement de modélisations des problèmes de drapage des renforts de composites avec représentation complète de toutes les mèches du tissu, que l'on peut qualifier de " méso grande échelle " : des modèles à l'échelle mésoscopique qui vont au-delà d'une représentation cellulaire unitaire d'une structure textile. Il s'agit d'analyses de NCF (Non-crimp-Fabric) [1], tresses [2] et tissés [3]. Les modèles méso à grande échelle sont les plus représentatifs, mais ils exigent de

grandes ressources de calcul (des jours de calcul), même sur les clusters de CPU, ce qui peut être prohibitif pour leur utilisation pratique pour l'optimisation d'un procédé de drapage.

Une façon de traiter le problème du coût de calcul d'un méso-problème à grande échelle peut être d'introduire une modélisation locale à l'échelle méso, c'est-à-dire de remplacer une description continue de la préforme par la structure détaillée de l'entrelacement des fils de la préforme à certains endroits, les conditions limites du méso-problème étant tirées de l'état local des contraintes prévu par le macro-modèle. Nous surnommerons une telle approche un calcul "macro-meso zoom" (MMZ). De telles simulations ont été proposées comme approche générale pour la mécanique des solides et les milieux hétérogènes [4-8] et ont été utilisées pour la modélisation des composites consolidés. A la connaissance des auteurs, la modélisation MMZ n'a pas encore été développée pour les problèmes de mise en forme, probablement en raison de la complexité des modèles de matériaux.

Nous présentons une réalisation de la simulation MMZ pour deux tissus en carbone, tous les deux à armure toile, mais avec des paramètres très différents : un tissu est tissé avec des mèches en carbone 12K conventionnels, tandis qu'un autre contient des mèches 12K étalées, ce qui conduit à une différence de densité surfacique des tissus supérieure à deux. Par conséquent, outre la preuve de concept des simulations de drapé macro-méso-zoom, les résultats expérimentaux présentés et les simulations peuvent être intéressants compte tenu de l'importance de la simulation des procédés de fabrication de composites. Les simulations numériques MMZ utilisent la représentation membrane-coque du tissu dans la simulation macro [9] et le modèle hyperélastique développé dans [10] pour l'analyse mésoscopique des mèches. Les modèles géométriques des renforts textiles sont créés avec WiseTex [11]. Les déformations locales calculées des fils sont comparées aux observations expérimentales pour le drapage sur un moule hémisphérique et un moule en forme de boîte carrée.

## 2. MMZ on a Box mould



*Fig. 1 Simulations macro pour la boîte carrée. Définition de la zone de zoom méso*

Les Figures 1 à 4 montrent les résultats des simulations MMZ du drapage des tissus sur le moule de la boîte carrée par rapport à ce qui a été observé expérimentalement. La région MMZ est définie dans le coin de la boîte avec un rayon de 20 mm. Les modèles MMZ présentent les mêmes défauts que ceux de l'expérience. Il existe deux types de défauts : le flambement du fil et le glissement du fil, tous deux beaucoup plus importants pour le tissu B. Le flambement est causé par les contraintes latérales de déformation du fil. On ne le voit presque pas pour le Tissu A, cependant, certaines distorsions des fils sont visibles sur la Fig. 3. Pour le tissu B, le flambement est évident dans l'expérience (Fig. 2) et dans les calculs (Fig. 4). Les positions de flambement du fil dans l'expérience et les calculs sont

identiques.

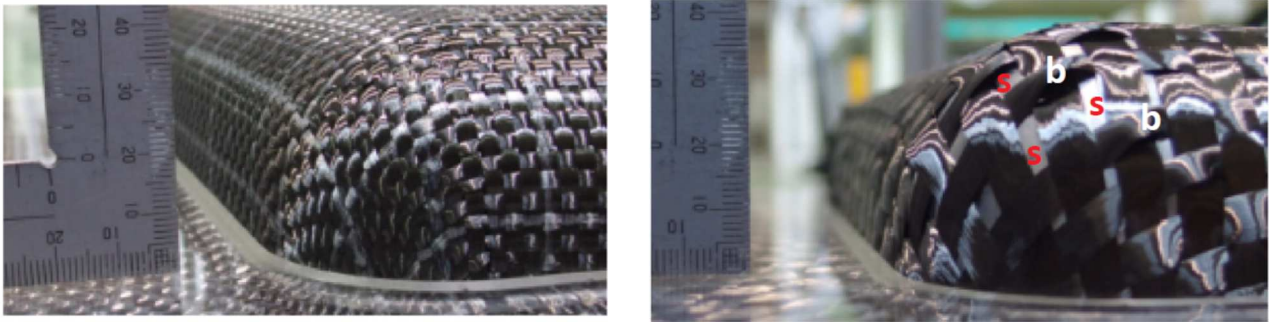


Fig. 2. Résultats d'essais de mise en forme pour les deux renforts tissés.

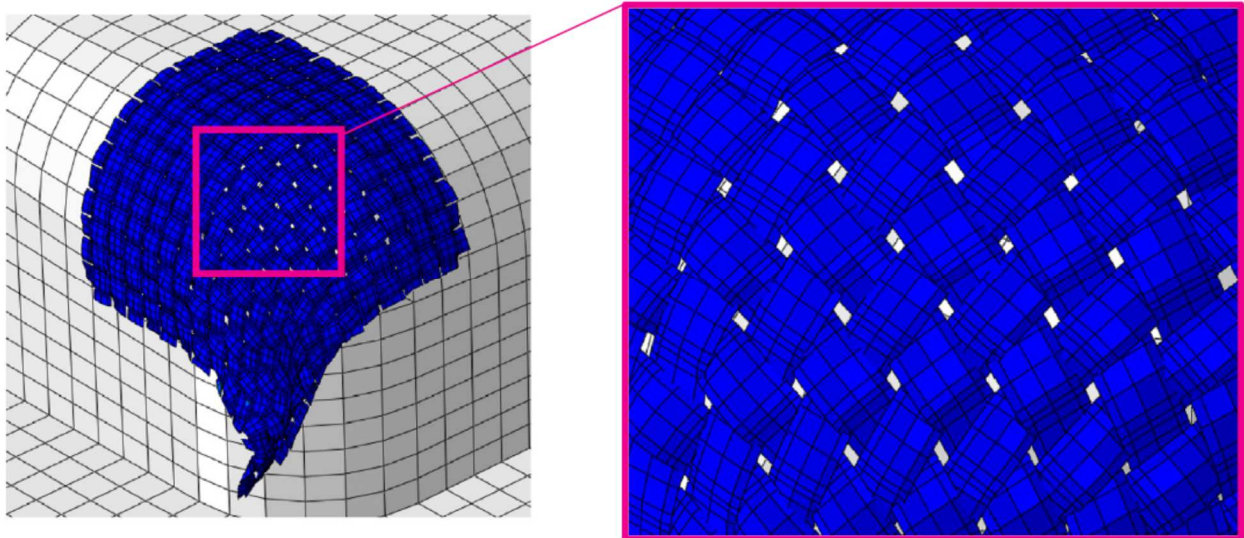


Fig. 3. Simulation meso-zoom pour le renfort tissé A

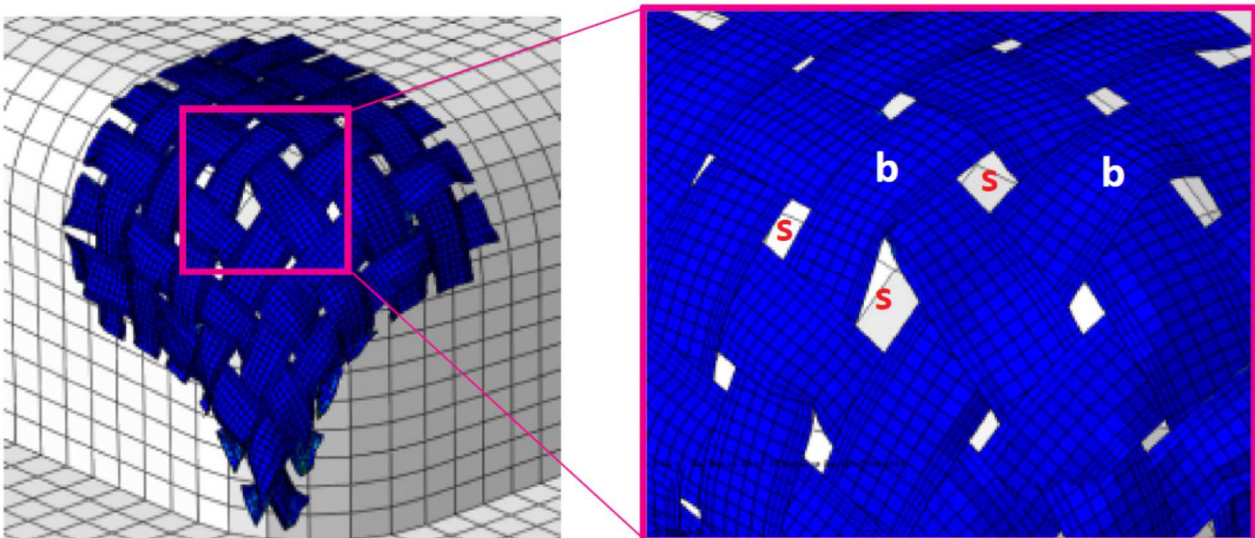


Fig. 4. Simulation meso-zoom pour le renfort tissé B

### 3. Perspectives

L'objectif de la communication proposée à la JST « Homogénéisation et calcul multi-échelles dans les matériaux hétérogènes et structures composites » et de présenter les différentes méthodes utilisées

dans la méthode MMZ et d'autres exemples d'applications. Des détails sur ces travaux peuvent être trouvés dans [12]

## Références

- [1] Creech G, Pickett AK. Meso-modelling of non-crimp fabric composites for coupled drape and failure analysis. *J Mater Sci* 2006;41(20):6725–36..
- [2] Pickett AK, Sirtautas J, Erber A. Braiding simulation and prediction of mechanical properties. *Appl Compos Mater* 2009;16(6):345–64.
- [3] Gatouillat S, Bareggi A, Vidal-Salle E, Boisse P. Meso modelling for composite preform shaping – simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. *Composites Part A* 2013;54:135–44.
- [4] Dureisseix D, Farhat C. A numerically scalable domain decomposition method for the solution of frictionless contact problems. *Int J Numer Meth Eng* 2001;50(12):2643–66
- [5] Dhia HB, Rateau G. The Arlequin method as a flexible engineering design tool. *Int J Numer Meth Eng* 2005;62(11):1442–62.
- [6] Amini AM, Dureisseix D, Cartraud P. Multi-scale domain decomposition method for large-scale structural analysis with a zooming technique: application to plate assembly *Int J Numer Meth Eng* 2009;79(4):417–43.
- [7] Llorca J, Gonzalez C, Molina-Aldaregui JM, Segurado J, Seltzer R, Sket F, et al. Multiscale modelling of composite materials: a road map towards virtual testing. *Adv Mater* 2011;23:5130–47.
- [8] Whitcomb JD. Iterative global/local finite element analysis. *Comput Struct* 1991;40(4):1027–31.
- [9] Nishii M, Hirashima T, Kurashiki T. Dry fabric forming analysis considering the influence of tensions on in-plane shear behavior. *J Soc Mater Sci, Jpn* 2014;63(5):380–5.
- [10] Charmetant A, Vidal-Salle E, Boisse P. Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements. *Compos Sci Technol* 2011;71:1623–31.
- [11] Verpoest I, Lomov SV. Virtual textile composites software Wisetex: integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. *Compos Sci Technol* 2005;65(15–16):2563–74.
- [12] Iwata, A., Inoue, T., Naouar, N., Boisse, P., Lomov, S. V. Coupled meso-macro simulation of woven fabric local deformation during draping. *Composites Part A* 2019, 118, 267-280.

# Modélisation multiphasique pour la fissuration des milieux renforcés par fibres

## *Multiphase model for fracture in fiber-reinforced media*

Jérémy Bleyer<sup>1</sup>

<sup>1</sup> : Laboratoire Navier UMR 8205 (ENPC,IFSTTAR,CNRS)  
Université Paris-Est  
6-8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, 77455 Champs-sur-Marne  
e-mail : jeremy.bleyer@enpc.fr

### Résumé

Afin de modéliser les milieux renforcés par fibres, nous considérons une classe particulière de milieux généralisés, appelés *milieux multiphasiques*, qui consistent en une superposition de différentes phases, possédant chacune leur cinématique propre, et en interaction entre elles. Une procédure d'homogénéisation a été développée pour de tels milieux afin d'en calculer les propriétés matérielles généralisées. De tels modèles permettent de décrire, du point de vue macroscopique, des phénomènes de pontage de fissures ou de décohésion de fibres. Un modèle variationnel de champ de phase pour la matrice, combiné à une loi de décohésion de l'interface est proposé pour simuler la fissuration matricielle pontée par des fibres intactes.

### Abstract

In order to model fiber-reinforced media, we consider a particular class of generalized continua, called *multiphase models*, which consist of different media possessing their own kinematics and in interaction with each other. A homogenization approach has been developed for computing the generalized constitutive material parameters. Such models enable to describe, in a macroscopic fashion, phenomena like bridged cracks or fiber debonding. A variational phase-field model for the matrix phase combined with a debonding damage law for the interaction between both phases is proposed for simulating matrix cracks bridged by intact fibers.

**Mots Clés** : milieux généralisés, champ de phase, fissuration, décohésion, milieux fibrés

**Keywords** : generalized continua, phase-field model, fracture, debonding, fiber-reinforced media

## 1. Introduction

La fissuration de milieux renforcés par des fibres (composites, bétons fibrés, systèmes renforcés par collage) présente une phénoménologie complexe qu'il est parfois difficile de modéliser d'une manière unifiée. En effet, outre la forte anisotropie de tels milieux, leur fissuration s'accompagne, en général, de fissuration matricielle transverse, de fissuration perpendiculaire aux fibres pour laquelle la fissure est pontée par les fibres (*crack bridging*), de décohésion, d'arrachement ou de rupture des fibres. De tels systèmes, chargés dans le sens des fibres, présentent en général une multi-fissuration de la phase matrice tandis que les fibres assurent une tenue résiduelle de la structure, lui offrant une certaine ductilité apparente. L'optimisation de tels systèmes repose alors sur un bon équilibre entre la fissuration matricielle et la décohésion des fibres jusqu'à la rupture de ces dernières.

La modélisation de tels phénomènes par un milieu continu classique ne peut alors se faire qu'en postulant une loi de comportement apparente prenant en compte, de façon macroscopique, les différentes sources d'endommagement mentionnées pour la phase matrice, l'interface ou les fibres. L'identification d'une telle loi peut donc s'avérer complexe et ne permet pas forcément de bien comprendre le fonctionnement de ces systèmes puisque les différents

mécanismes de dégradation ne sont pas modélisés de façon indépendante. Enfin, ces systèmes présentent également des effets d'échelle importants qu'une modélisation classique échoue à prendre en compte.

## 2. Modèle multiphasique

Pour pallier ces différentes difficultés, nous proposons de modéliser ces systèmes renforcés à travers un milieu continu généralisé appelé *modèle multiphasique* [3, 4] qui consiste en la superposition de deux phases (matrice et renfort par exemple) possédant chacune leur cinématique propre (déplacements  $\underline{u}^m$  et  $\underline{u}^r$ ). Chaque phase  $i = m, r$  est décrite comme un milieu de Cauchy classique avec une déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}^i = \underline{\nabla}^s \underline{u}^i$  et une contrainte partielle  $\underline{\underline{\sigma}}^i$  qui lui est propre. Les efforts généralisés du modèle multiphasique incluent également un effort d'interaction  $\underline{I}$  entre les deux phases, associé par dualité au déplacement relatif  $\underline{u}^r - \underline{u}^m$ . Le milieu continu de Cauchy classique est alors retrouvé lorsque l'on fait l'hypothèse d'adhérence parfaite entre les deux phases  $\underline{u} = \underline{u}^m = \underline{u}^r$ , la contrainte totale de Cauchy étant alors donnée par  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^m + \underline{\underline{\sigma}}^r$ .

### 2.1. Comportement élastique

Le comportement élastique d'un tel milieu peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\sigma}}^m &= \mathbb{D}^{mm} : \underline{\underline{\varepsilon}}^m + \mathbb{D}^{mr} : \underline{\underline{\varepsilon}}^r \\ \underline{\underline{\sigma}}^r &= (\mathbb{D}^{mr})^T : \underline{\underline{\varepsilon}}^m + \mathbb{D}^{rr} : \underline{\underline{\varepsilon}}^r \\ \underline{I} &= \underline{\underline{\kappa}} \cdot \llbracket \underline{u} \rrbracket\end{aligned}\tag{Eq. 1}$$

où les  $\mathbb{D}^{ij}$  représentent des modules d'élasticité partiels et  $\underline{\underline{\kappa}}$  une raideur d'interaction entre les phases.

Une procédure d'homogénéisation a été proposée dans [3] afin de calculer ces différents paramètres à partir des paramètres matériaux des constituants. Cette procédure permet en particulier de justifier le découplage entre le comportement de chaque phase ( $\mathbb{D}^{mr} = 0$ ) lorsque les inclusions ont un contraste de raideur très élevé et sont en faible fraction volumique.

Le modèle multiphasique présente un effet d'échelle (longueur caractéristique  $\ell_b$ ) à travers la raideur d'interaction  $\kappa \sim 1/s^2$  qui est proportionnelle au carré inverse de la taille caractéristique  $s$  des hétérogénéités. Lorsque l'on a séparation d'échelle ( $s \rightarrow 0$ ), la raideur devient infinie et impose donc une adhérence parfaite entre les phases.

### 2.2. Fissure matricielle pontée par des fibres

L'utilisation d'un modèle multiphasique permet, en particulier, de prescrire des conditions aux limites différentes pour chacune des phases. Par exemple, nous considérons le cas d'une traction d'un milieu présentant une fissure matricielle au milieu de l'éprouvette (Figure 1). Compte-tenu de la symétrie du problème, nous pouvons imposer, au niveau de la fissure, des conditions de bords libres pour la phase matricielle et des conditions de déplacement horizontal nul pour la phase fibre. La comparaison avec un calcul d'un milieu fibre/matrice hétérogène montre que le modèle multiphasique reproduit très bien l'ouverture de la fissure matricielle qui varie en fonction du nombre de fibres ainsi que les contraintes de cisaillement à l'interface fibre/matrice (Figure 2).

## 3. Modélisation de la fissuration matricielle et de la décohésion fibre/matrice

Le modèle multiphasique est ensuite étendu à une modélisation de la fissuration fragile de la phase matrice, d'énergie de fissuration  $G_c^m$ . Nous régularisons la représentation de la fissuration



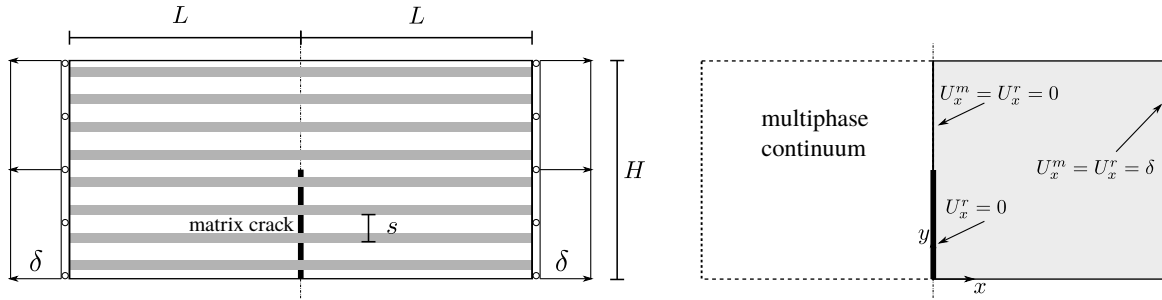


Fig. 1. Problème de traction d'un milieu renforcé par fibres avec pontage d'une fissure matricielle : modélisation explicite des fibres (gauche), modélisation multiphasique et ses conditions aux limites (droite)

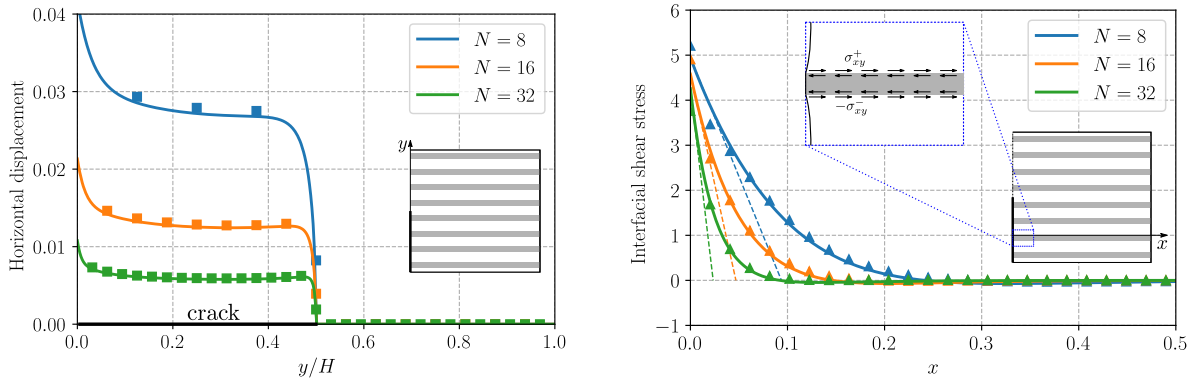


Fig. 2. Comparaison entre calculs EF hétérogènes (symboles) et modèle multiphasique (traits pleins) pour différents nombres total  $N$  de fibres : ouverture de la fissure matricielle (gauche) et contrainte de cisaillement le long de l'interface (droite)

matricielle par un modèle de type champ de phase (ou à gradient d'endommagement) de longueur interne de régularisation  $\ell_0$ . Ce dernier (noté  $d$ ) ne porte que sur la contrainte matricielle, la densité d'énergie élastique pour les deux phases est alors de la forme :

$$\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^m, \underline{\underline{\varepsilon}}^r, d) = \frac{1}{2}(1-d)^2 \underline{\underline{\varepsilon}}^m : \mathbb{C}^m : \underline{\underline{\varepsilon}}^m + \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}}^r : \mathbb{C}^r : \underline{\underline{\varepsilon}}^r \quad (\text{Eq. 2})$$

La raideur d'interaction entre les deux phases est elle aussi endommagée par un paramètre  $\alpha$  à travers une loi cohésive  $I(\llbracket u \rrbracket, \alpha)$  associée à une énergie de fissuration de l'interface  $G_c^i$ .

La mise en oeuvre numérique (à l'aide de la librairie FEniCS) de ce modèle de fissuration/décohésion (similaire à ceux proposés dans [2, 1]) permet alors d'observer une multi-fissuration de la phase matrice, accompagnée d'une décohésion plus ou moins importante de l'interface en fonction du rapport d'énergies  $G_c^m/G_c^i$ . La multi-fissuration de la matrice fournit une ductilité apparente au composite et l'espacement des fissures est lié à la longueur caractéristique  $\ell_b$  du modèle multiphasique (Figure 3).

## Références

- [1] R Alessi and F Freddi. Phase-field modelling of failure in hybrid laminates. *Composite Structures*, 181 :9–25, 2017.
- [2] AA León Baldelli, J-F Babadjian, Blaise Bourdin, Duvan Henao, and Corrado Maurini. A variational model for fracture and debonding of thin films under in-plane loadings. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 70 :320–348, 2014.

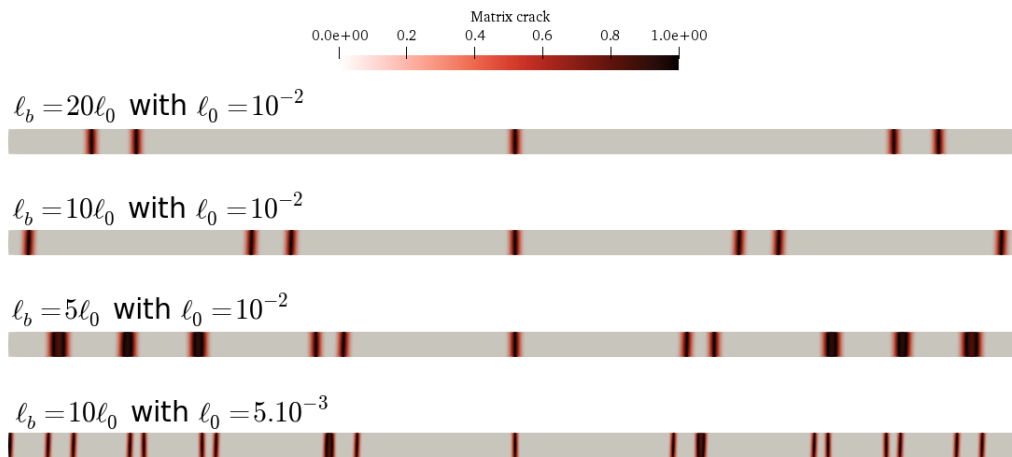


Fig. 3. Multi-fissuration d'un milieu multiphasique en traction pour différentes longueurs internes du modèle  $\ell_b$  pour le même niveau de sollicitation

- [3] Jeremy Bleyer. Multiphase continuum models for fiber-reinforced materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 121 :198–233, 2018.
- [4] Patrick De Buhan, Jérémy Bleyer, and Ghazi Hassen. *Elastic, Plastic and Yield Design of Reinforced Structures*. Elsevier, 2017.

# Simulation de la reprise d'efforts des plis au sein de stratifiés à matrice thermoplastique soumis à un chargement combinant flux radiant et fluage

## *Simulation of the efforts take up between the plies within thermoplastic-based laminates under combined radiant flux and creep loadings*

Yann Carpier<sup>1</sup>, Fabrice Barbe<sup>1</sup>, Benoit Vieille<sup>1</sup>, Alexis Coppalle<sup>2</sup>

1 : INSA Rouen, Normandie Univ, CNRS, Groupe de Physique des Matériaux  
Avenue de l'Université, 76800 Saint Etienne du Rouvray  
e-mail : [yann.carpier@insa-rouen.fr](mailto:yann.carpier@insa-rouen.fr), [fabrice.barbe@insa-rouen.fr](mailto:fabrice.barbe@insa-rouen.fr) et [benoit.vieille@insa-rouen.fr](mailto:benoit.vieille@insa-rouen.fr)

2 : INSA Rouen, Normandie Univ, CNRS, CORIA  
Avenue de l'Université, 76800 Saint Etienne du Rouvray  
e-mail : [alexis.coppalle@coria.fr](mailto:alexis.coppalle@coria.fr)

### Résumé

Cette étude vise à simuler le comportement de stratifiés à matrice thermoplastique polysulfure de phénylène renforcée par un tissu de fibres de carbone soumis à un chargement combinant flux thermique et chargement mécanique. Une telle modélisation nécessite la prise en compte de très nombreux phénomènes (modification des propriétés physiques et mécaniques, décomposition thermique, endommagement, *etc.*) et de conditions aux limites complexes (distribution hétérogène de la densité de flux thermique à la surface de l'échantillon, convection, rayonnement). Le modèle développé permet de prédire l'évolution de la reprise d'efforts entre plis pour différents types de chargements combinés.

### Abstract

This work aims at simulating the behaviour of laminates consisting of a polyphenylene sulfide thermoplastic matrix reinforced by carbon woven fibers under combined thermal flux and creep loadings. Such modelling requires the consideration of a wide range of phenomena (modification of physical and mechanical properties, thermal decomposition, damage, *etc.*) and complex boundary conditions (heterogeneous distribution of heat flux density on the sample surface, convection, radiation). The proposed model makes it possible to predict the evolution of the efforts take up between the plies for different combined loadings.

**Mots Clés :** couplage thermique-mécanique, thermoplastique, fibres de carbone, modélisation, identification

**Keywords :** thermal-mechanical coupling, thermoplastic, carbon fibers, modelling, identification

## 1. Introduction

Dans des conditions critiques d'utilisation en service, des pièces de structures aéronautiques en matériaux composites à matrice polymère peuvent être soumises simultanément à des flux de chaleur sous charge mécanique. La réalisation d'essais visant à étudier l'influence combinée de chargements mécaniques et d'une agression thermique repose sur des moyens expérimentaux très spécifiques qui tendent à reproduire le plus fidèlement possible les conditions critiques en service (e.g. un incendie) de matériaux composites destinés à des applications dans les nacelles de moteurs d'avion [1]. Cette étude expérimentale visait à appréhender le comportement de matériaux composites stratifiés à matrice thermoplastique (TP) renforcée par un tissu de fibres de carbone soumis à des chargements mécaniques sous des températures entraînant une décomposition thermique à une température  $T_{d,o}$  (Fig. 1). L'objectif est de proposer un modèle numérique de comportement thermo-mécanique du stratifié basé sur sa microstructure et permettant d'analyser les cas de chargements combinés pour  $T < T_{d,o}$ . La température est un facteur clé car elle définit l'état du matériau et ses propriétés. Une attention particulière est donc portée à la détermination des propriétés matériaux permettant d'alimenter un modèle thermique [2].

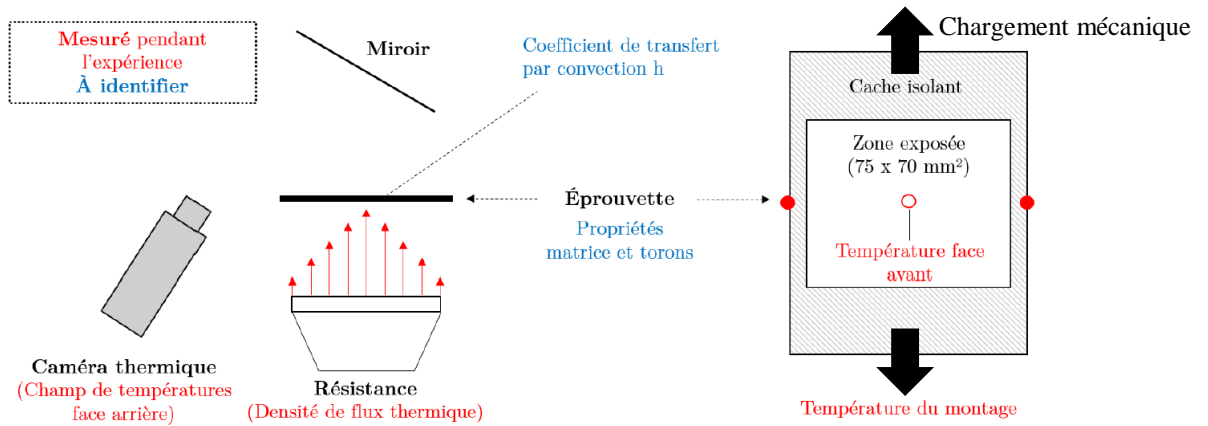


Fig. 1. Configuration expérimentale permettant d'identifier les paramètres thermiques et mécaniques lors d'un chargement combiné (flux radiant + chargement mécanique)

Ainsi une méthodologie d'identification des différents paramètres du modèle a été développée. Elle se décompose en différentes étapes à différentes échelles des analyses expérimentales – mésoscopique et macroscopique (Fig. 2).

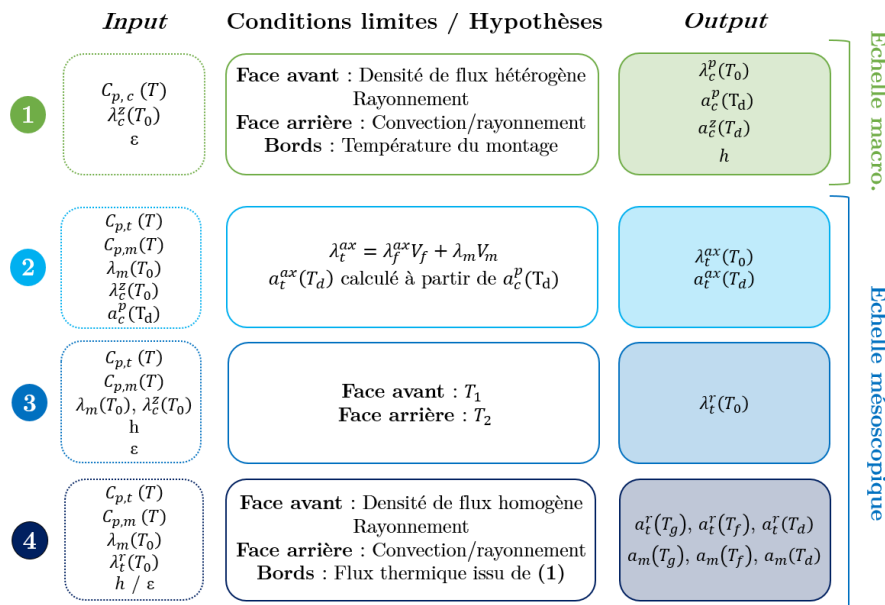


Fig. 2. Paramètres du modèle thermique et étapes de la méthode d'identification

## 2. Matériau étudié

Le matériau étudié est un composite à matrice PPS (Ticona Fortron 0214) renforcée par un tissu de fibres de carbone (Toray T300 3K 5HS) avec un taux volumique de 50%. Les stratifiés de 7 plis possèdent une séquence d'empilement quasi-isotrope (QI) : [(0/90),(±45),(0/90),(±45),(0/90), (±45), (0/90)]. Les températures de transition vitreuse et fusion sont  $T_g=100^\circ\text{C}$  et  $T_m=280^\circ\text{C}$  [3].

## 3. Modélisation multi-échelle du couplage thermique-mécanique dans des stratifiés

L'étape d'identification des paramètres thermiques et mécaniques du modèle est menée en s'appuyant sur des simulations aux échelles macroscopique et mésoscopique. Chaque propriété est identifiée pour des températures  $T < T_{d,o}$  à une échelle caractéristique permettant de rendre compte de son influence. Ce travail se limite à l'analyse du couplage thermo-mécanique pour cette gamme

de température dans le cas de sollicitations en traction (comportement majoritairement piloté par les fibres). En première approche, on considère un comportement élastique pour chaque constituant.

### 3.1 Identification des propriétés thermiques

La détermination de paramètres et de propriétés matériaux permet d'alimenter un modèle de conduction thermique multi-échelles dans un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du composite (Fig. 3). Les paramètres géométriques utilisés pour modéliser le VER du stratifié quasi-isotrope ont été déterminés par Daggumati *et al.* pour le même matériau [4]. Pour déterminer les propriétés des constituants, une modélisation à champ complet du VER, avec une prise en compte explicite des constituants (torons de fibres et matrice), est menée avec la méthode des éléments finis [5,6].

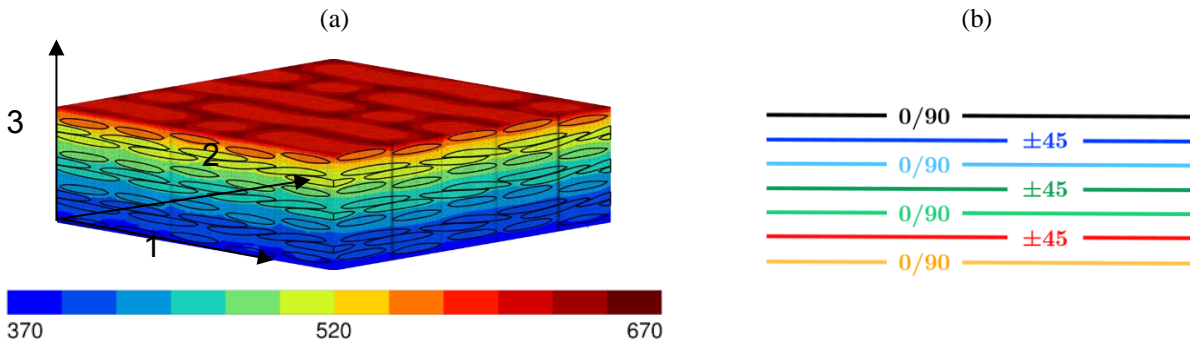


Fig. 3. (a) Champ de température dans un VER soumis à un flux thermique de  $50\text{kW/m}^2$  - (b) Drapage du stratifié

### 3.2 Identification des propriétés mécaniques des constituants

Pour les torons, on suppose un comportement orthotrope transverse indépendant de la température. Pour la matrice, on considère un comportement isotrope avec une rigidité qui se dégrade en fonction de la température. Cette dégradation est définie à partir des mesures en DMA et d'une extrapolation pour les températures supérieures à  $200^\circ\text{C}$  [2]. On utilise ici le modèle phénoménologique développé par Mahieux *et al.* [7] pour le même matériau (C/PPS). Ce modèle assimile les transitions de la matrice à des ruptures (de liaisons électrostatiques lors de la transition vitreuse et de liaisons secondaires lors de la fusion) modélisées par des lois de Weibull :

$$E(T) = (E_g - E_{rub}) \exp\left(-\left(\frac{T}{T_g}\right)^{m_v}\right) + E_{rub} \exp\left(-\left(\frac{T}{T_f}\right)^{m_f}\right)$$

$E_g$  et  $E_{rub}$  correspondent aux modules à l'état vitreux et à l'état caoutchoutique,  $m_v$  et  $m_f$  à des paramètres de la loi de Weibull associés respectivement à la transition vitreuse et à la fusion de la matrice. Les propriétés des torons sont calculées via le modèle de Chamis [2].

## 4. Résultats et discussion

Pour tester le modèle, un chargement mécanique de type fluage ( $\sigma_{11} = 60\text{ MPa}$ ) est combiné à un flux thermique de densité surfacique  $20\text{ kW/m}^2$  imposé sur la face supérieure du VER (de normale 3 – Fig. 3). L'évolution de la rigidité dans les plis est simulée en fonction de la température, de même que la reprise des contraintes axiales lors de la dégradation thermique (Fig. 4). Dans les plis à  $\pm 45^\circ$ , l'évolution des contraintes suit celle de la rigidité avec la température. Dans les plis à  $0/90^\circ$ , un phénomène inverse est observé : quand les plis à  $\pm 45^\circ$  ne peuvent plus supporter la charge mécanique, la contrainte axiale augmente dans les plis à  $0/90^\circ$  malgré une diminution de la rigidité (Fig. 5). Une compétition entre chute de rigidité (d'origine thermique) et reprise d'effort peut alors opérer.

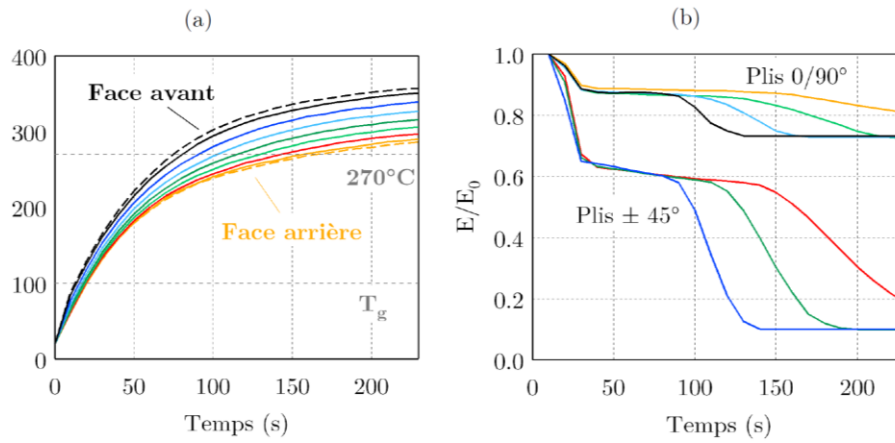


Fig. 4. Réponse des différents plis du stratifié en fonction du temps pour un flux de  $20 \text{ kW/m}^2$  (code couleur de la Fig. 3b) : (a) Évolution de la température moyenne en faces avant et arrière - (b) Évolution de la rigidité axiale normalisée

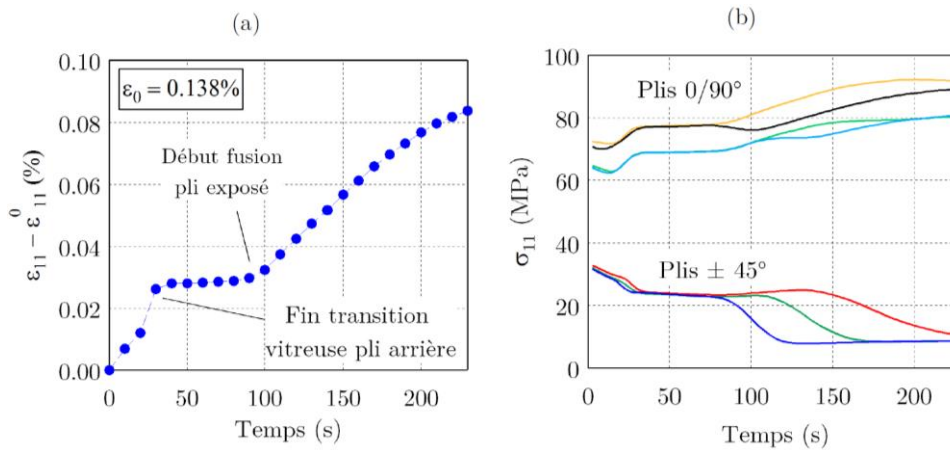


Fig. 5. Réponse thermo-mécanique du stratifié pour un flux de  $20 \text{ kW/m}^2$  et à une charge de traction de  $60 \text{ MPa}$ . (a) Évolution de la déformation axiale - (b) Évolution de la contrainte axiale dans les différents plis

## 5. Conclusion

Un modèle multi-échelle est développé pour simuler la reprise d'efforts entre plis au sein de composite stratifiés tissés à matrice thermoplastique. L'objectif est d'analyser les capacités prédictives du modèle pour lequel l'effet de la température se limite aux propriétés de transfert de chaleur, aux déformations d'origine thermique et à la dégradation des propriétés élastiques.

## Références

- [1] Y. Carpier, B. Vieille, M.A. Maaroufi, A. Coppalle, F. Barbe. Mechanical behavior of carbon fibers polyphenylene sulfide composites exposed to radiant heat flux and constant compressive force. *Comp Structures* 2018; 200: 1-11.
- [2] Y. Carpier, F. Barbe, B. Vieille, A. Coppalle. Modélisation numérique du comportement thermo-mécanique de composites stratifiés tissés carbone PPS sous flux radiant. JNC 21, 1-3 juillet 2019, Bordeaux, France.
- [3] Y. Carpier. Contribution à l'analyse multi-échelles et multi-physiques du comportement mécanique de matériaux composites à matrice thermoplastique sous températures critiques. Doctorat, Normandie Université, 2018.
- [4] S. Daggumati. Concurrent modelling and experimental analysis of meso-scale strain fields and damage in woven composites under static and fatigue tensile loading. PhD thesis, Ghent University, 2011.
- [5] A.C. Long, L.P. Brown. Modelling the geometry of textile reinforcements for composites: TexGen. In *Composite Reinforcements for Optimum Performance*, p. 239-264. Elsevier, 2011.
- [6] Y. Carpier, F. Barbe, B. Vieille, A. Coppalle. Identification of thermal properties and decomposition modelling of carbon fibers-PPS composites exposed to fire. ECCM18, Athens, Greece, 24-28 June 2018.
- [7] C.A. Mahieux. A Systematic Stiffness-Temperature Model for Polymers and Applications to the Prediction of Composite Behavior. Thèse de Doctorat, Virginia Tech, 1999.

# Rupture fragile des matériaux hétérogènes : prédire les propriétés de rupture effectives par homogénéisation

## *Heterogeneous brittle fracture : an insight into fracture toughness homogenization*

Mathias Lebihain<sup>1,2</sup>, Jean-Baptiste Leblond<sup>1</sup>, Michel Bornert<sup>2</sup> et Laurent Ponson<sup>1</sup>

1 : Institut Jean le Rond d'Alembert  
Sorbonne Université / CNRS  
4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05  
e-mail : mathias.lebihain@enpc.fr

2 : Laboratoire Navier  
ENPC / IFSTTAR / CNRS  
6/8 avenue Blaise Pascal, Champs sur Marne, 77455 Marne la Vallée Cedex 2

### Résumé

Prédire le comportement macroscopique d'un matériau à partir de la description de ses constituants à l'échelle microscopique est souvent considéré comme le Saint Graal en science des matériaux. Si un cadre théorique largement éprouvé est aujourd'hui disponible pour homogénéiser les comportements mécaniques aussi bien linéaires que non-linéaires, un tel formalisme s'avère toujours manquant pour estimer les propriétés de rupture effectives des matériaux composites fragiles. Ces travaux visent à construire un modèle théorique fondé sur la mécanique de la rupture linéaire perturbative initiée par Rice [7] et étendue par Gao *et al.* [3] puis Movchan *et al.* [6] afin de simuler la propagation de fissure dans des matériaux hétérogènes tri-dimensionnels de grande taille. L'interaction d'une fissure avec des inclusions plus tenaces est modélisée par deux mécanismes : un premier de traversée et un second de contournement des défauts. Cette méthode est appliquée pour estimer la ténacité effective de ces matériaux et l'impact des différents mécanismes d'interaction sur le renforcement d'un composite par des inclusions plus tenaces. Ces résultats numériques sont finalement confrontés à des prédictions analytiques issues d'un modèle théorique d'homogénéisation en rupture fragile, fondé sur des outils théoriques empruntés à la physique de la matière condensée.

### Abstract

Material science has been pursuing for decades the Holy Grail of predicting the macroscopic response of a material from the knowledge of its constituent at a microscopic or mesoscopic scale. If a well-established theoretical framework has been developed within the mechanics community to estimate the overall response of composite materials from their microstructure for linear and non-linear behavior, such comprehensive framework is still lacking when it comes to brittle fracture. In this work, we develop a LEFM-based theoretical framework based on the perturbative approach initiated by Rice [7] and further extended by Gao *et al.* [3] and Movchan *et al.* [6] to model crack propagation on a large-scale in three-dimensional brittle composites. The interaction of the crack with tougher inclusions is modeled through a crossing mechanism and a by-pass one. This approach ultimately allows for the numerical calculation of the effective toughness of heterogeneous materials and the study of the impact of the various interaction mechanisms on material reinforcement. Numerical results are finally compared to analytical predictions resulting from a homogenization scheme based on concepts borrowed from condensed matter physics.

**Mots Clés :** mécanique de la rupture, matériau hétérogène fragile, homogénéisation des propriétés à rupture, ténacité effective

**Keywords :** fracture mechanics, heterogeneous brittle fracture, homogenization of fracture properties, effective toughness

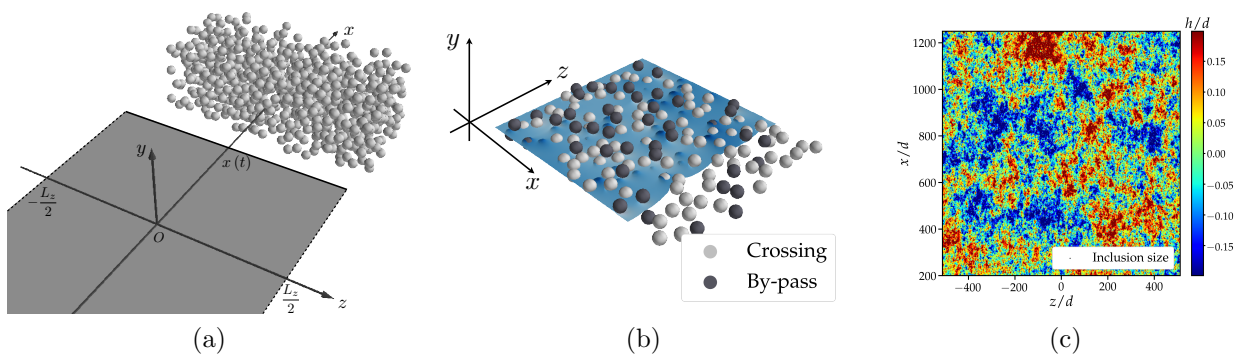
## 1. Introduction

Une description détaillée des mécanismes de fissuration est essentielle pour la formulation de prédictions fines de la résistance des structures à la fissuration. Cependant les formalismes classiques comme celui de la mécanique linéaire de la rupture ne parviennent pas à l'heure actuelle à décrire l'influence de défauts micro-structuraux sur la réponse macroscopique à rupture des solides hétérogènes. Avec l'essor récent de nouvelles techniques de fabrication (fabrication additive) et l'émergence de préoccupations environnementales (recyclage de PET ou introduction d'agrégats bio-sourcés dans les matériaux du génie civil), l'utilisation de matériaux micro-architecturés va considérablement augmenter au cours des prochaines décennies, concentrant une attention toute particulière sur la question de la fissuration des matériaux hétérogènes.

Les méthodes d'homogénéisation classiques développées pour la prédiction du comportement effectif linéaire ou non-linéaire des matériaux composites ne semblent pas pouvoir en l'état s'appliquer à la question de la rupture fragile, qui est un problème mécanique évolutif, dissipatif, concentré en pointe de fissure et de surcroît relié au problème de structure à travers le critère de Griffith. Nous présentons ici un travail théorique et numérique visant à modéliser la propagation de fissure en traction dans des milieux hétérogènes fragiles grâce à une approche perturbative de la mécanique de la rupture linéaire. Le traitement de l'évolution de la fissuration avec le chargement va conduire à l'estimation numérique des propriétés de rupture effectives de matériaux composites de grande taille (millions d'inclusions), qui sera comparée à des prédictions analytiques issues d'un schéma d'homogénéisation reposant sur des outils empruntés à la physique des milieux condensés.

## 2. Propagation de fissures dans des milieux hétérogènes fragiles

Estimer les propriétés de rupture effectives d'un composite requiert de pouvoir modéliser en détails les processus évolutifs de fissuration dans des milieux hétérogènes sur de larges échelles. Nous considérons la propagation d'une fissure semi-infinie en Mode I dans un matériau composite modèle, constitué d'une matrice homogène peuplée d'inclusions sphériques (Fig 1.a). La matrice et les inclusions partagent les mêmes propriétés élastiques mais diffèrent par leurs propriétés de rupture ; les inclusions de ténacité  $G_c^{inc}$  étant plus tenaces que la matrice de ténacité  $G_c^{mat}$ .



*Fig. 1.:* Propagation de fissure dans des composites fragiles constitués d'une matrice peuplée d'inclusions sphériques plus tenaces (a) : interaction d'une fissure avec des inclusions par des mécanismes de traversée (gris clair) ou de contournement (gris foncé) (b) et surface de rupture résultant de l'interaction d'une fissure avec des millions d'inclusions (c).

Nous proposons ici une méthode numérique [5] fondée sur une approche perturbative de la mécanique de la rupture linéaire [3, 6], qui permet l'estimation des facteurs d'intensité de



contraintes locaux ( $K_I, K_{II}, K_{III}$ ) à partir de la configuration géométrique du front de fissure. Ces facteurs d'intensité de contraintes sont ensuite insérés dans un critère de propagation composé d'un critère de direction, le critère de taux de restitution d'énergie maximal généralisé [4] appliqué à partir des formules d'Amestoy-Leblond [1], combiné à une loi d'avance, qui est une régularisation visqueuse du critère de Griffith. Ce critère de propagation permet de modéliser deux mécanismes d'interaction entre la fissure et des inclusions plus tenaces : un premier de traversée, où la fissure pénètre l'inclusion, et un second de contournement, où la fissure sort du plan et se propage le long de l'interface matrice/inclusion (Fig 1.b). Cette méthode numérique au premier ordre permet de modéliser efficacement la propagation d'une fissure dans un matériau hétérogène fragile contenant plusieurs millions d'inclusions en seulement quelques heures sur un ordinateur monocoeur (Fig 1.c).

### 3. Propriétés effectives à rupture de matériaux composites

Les performances de cette méthode offrent la possibilité inédite de traiter de la question de l'homogénéisation des propriétés à rupture fragile à travers la simulations de la propagation de fissures dans des milieux de grande taille. La ténacité effective  $G_c^{\text{eff}}$  du composite est estimée numériquement à partir du chargement macroscopique maximal qui a été nécessaire d'imposer à l'échantillon afin d'en assurer la rupture totale. Il est alors possible d'étudier l'impact des différents mécanismes d'interaction (traversée/contournement) sur la ténacité effective ainsi que celui de plusieurs paramètres microstructuraux comme la ténacité des inclusions (Fig 2.a) ou leur densité (Fig 2.b). Le mécanisme de contournement, activé pour des inclusions suffisamment tenaces [5] s'avère être un facteur fortement limitant pour le renforcement d'un matériau composite, de telle sorte que ce dernier atteint un maximum pour un valeur intermédiaire de ténacité d'inclusions.

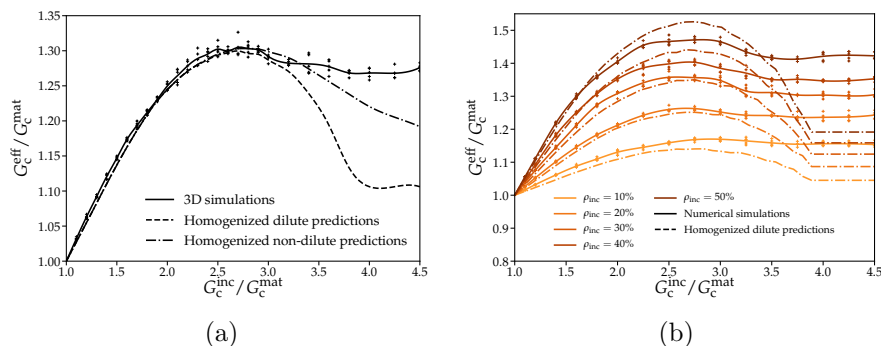


Fig. 2.: Ténacité effective d'un matériau composite en fonction de la ténacité des inclusions le composant (a) pour plusieurs niveaux de densité d'inclusions (b) : les résultats numériques (trait plein) sont comparés à des prédictions analytiques pour un schéma dilué (pointillé) ou non-dilué (traitillé).

L'évolution de la ténacité effective peut être enfin prédite de façon analytique à l'aide d'outils théoriques empruntés à la physique des milieux condensés. Ces derniers permettent d'estimer les propriétés effectives à rupture dans le cas d'une propagation coplanaire de la fissure [2]. Pour cela, nous définissons un volume élémentaire représentatif fissuré (Fig 3.a) auquel peut être associé un mécanisme d'interaction (Fig 3.b) et un défaut coplanaire équivalent (Fig 3.c), dont la nocivité est entièrement déterminée par le mécanisme d'interaction sélectionné par la fissure. Ces schémas d'homogénéisation permettent de reproduire avec un très bon accord les résultats numériques issus des simulations (Fig 1) jusqu'à des niveaux de ténacité d'inclusions  $G_c^{\text{inc}} \simeq 3.2 G_c^{\text{mat}}$ .

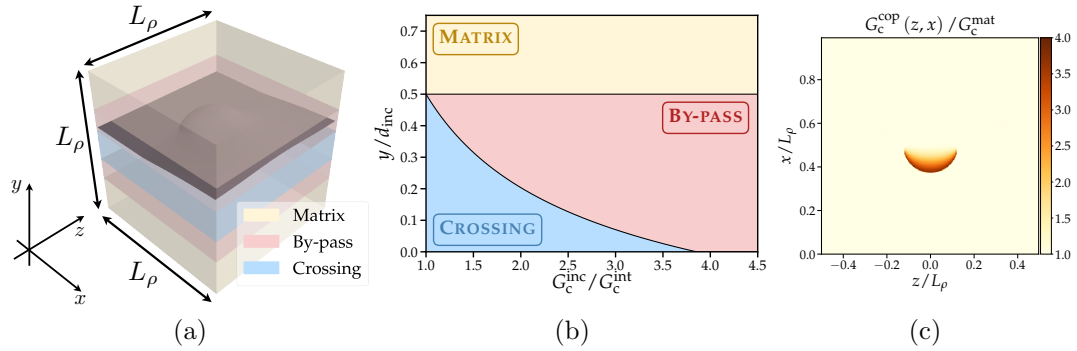


Fig. 3.: Volume élémentaire représentatif fissuré (a) caractérisé par la sélection du mécanisme d'interaction prédit à partir du diagramme de phase reliant les propriétés à rupture de l'inclusion et de la matrice à la hauteur d'attaque de la fissure sur l'inclusion (b) et son défaut coplanaire équivalent déduit de l'interaction d'une fissure avec un réseau périodique d'inclusions pour le mécanisme de contournement (c).

Le schéma d'homogénéisation proposé permet de reproduire à la fois qualitativement et quantitativement l'impact de nombreux paramètres microstructuraux (densité, interface faible, taille et géométrie des inclusions) et peut être généralisé à l'ensemble des mécanismes de renforcement ayant lieu en pointe de fissures. Ces travaux ouvrent la voie au développement de méta-matériaux aux propriétés à rupture améliorées à partir d'une réflexion à la fois sur leurs composants à l'échelle micro-structurale et leurs propriétés géométriques et mécaniques.

## Références

- [1] M. Amestoy and J. B. Leblond. Crack paths in plane situations II. detailed form of the expansion of the stress intensity factors. *International Journal of Solids and Structures*, 29(4) :465–501, 1992.
- [2] V. Démery, A. Rosso, and L. Ponson. From microstructural features to effective toughness in disordered brittle solids. *EPL (Europhysics Letters)*, 105(3) :34003, 2014.
- [3] H. Gao and J.R. Rice. Shear stress intensity factors for a planar crack with slightly curved front. *Journal of Applied Mechanics*, 53(4) :774–778, 1986.
- [4] M.Y. He and J.W. Hutchinson. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 25(9) :1053–1067, 1989.
- [5] M. Lebihain, J.B. Leblond, and L. Ponson. Effective toughness of periodic heterogeneous materials : The effect of out-of-plane crack excursions. *submitted to Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2020.
- [6] A.B. Movchan, H. Gao, and J.R. Willis. On perturbations of plane cracks. *International Journal of Solids and Structures*, 35(26) :3419–3453, 1998.
- [7] J.R. Rice. First-order variation in elastic fields due to variation in location of a planar crack front. *Journal of Applied Mechanics*, 52(3) :571–579, 1985.

# Une double procédure incrémentale variationnelle pour les matériaux composites élasto-plastiques avec écrouissage cinématique linéaire et isotrope

## *A double incremental variational procedure for elastoplastic composites with combined isotropic and linear kinematic hardening*

A. Lucchetta<sup>1</sup>, F. Auslender<sup>2</sup>, M. Bornert<sup>2</sup> et D. Kondo<sup>1</sup>

1 : Institut Jean Le Rond d'Alembert  
Université Pierre et Marie Curie  
4 Place Jussieu 75252 Paris Cedex 05, France  
e-mail : antoine.lucchetta@upmc.fr et djimedo.kondo@upmc.fr

2 : Institut Pascal  
Université Clermont Auvergne, CNRS, SIGMA Clermont  
24 Avenue des Landais, 63170 Aubière  
e-mail : francois.auslender@uca.fr

3 : Laboratoire Navier  
École des ponts, IFSTTAR, CNRS, UPE  
6 et 8 avenue, Blaise Pascal, Marne la Vallée Cedex 77455, France  
e-mail : michel.bornert@enpc.fr

### Résumé

Nous étudions le comportement non linéaire de composites élasto-(visco)-plastiques avec ou sans écrouissage cinématique linéaire et isotrope en nous appuyant sur les principes incrémentaux variationnels introduits par Lahellec et Suquet [4]. Nous profitons également d'une formulation alternative, récemment proposée par Agoras et al. [1] pour les composites visco-plastiques sans écrouissage, qui consiste en une double application de la procédure variationnelle de Ponte-Castañeda [7]. Dans cet article nous développons cette approche dans le cas de composites dont les phases sont élasto-(visco)-plastiques, avec une combinaison d'écrouissage cinématique linéaire et/ou isotrope. La première application de la procédure variationnelle permet de linéariser le comportement local avec écrouissage, y compris l'écrouissage, et conduit à un Milieu Linéaire de Comparaison (MLC) thermoélastique avec un champ de polarisation hétérogène intraphase. La seconde traite de l'hétérogénéité de la polarisation et donne lieu à un nouveau MLC thermoélastique à champ de polarisation homogène par phase, dont le comportement effectif peut ensuite être estimé par les schémas d'homogénéisation linéaires classiques. Nous développons et mettons en œuvre cette nouvelle procédure incrémentale variationnelle pour les composites constitués de particules sphériques élastiques linéaires réparties de manière aléatoire et isotrope dans une matrice élasto-(visco)-plastique. Un bon accord est observé entre les prédictions du modèle et les données de simulations en champs complets.

### Abstract

We investigate the nonlinear behavior of elasto-(visco)-plastic composites with or without isotropic and linear kinematic hardening. We first rely on the incremental variational principles introduced by Lahellec and Suquet [4]. We also take advantage of an alternative formulation, recently proposed by Agoras et al [1] for visco-plastic composites without hardening, which consists in a double application of the variational procedure of Ponte-Castañeda [7]. In this paper we extend this approach to elasto-(visco)-plastic composites with or without combined linear kinematic and isotropic work-hardening. The first application of the variational procedure linearizes the local behavior, including hardening, and leads to a thermo-elastic Linear Comparison Composite (LCC) with a heterogeneous polarization field inside the phases. The second one deals with the heterogeneity of the polarization and results in a new thermo-elastic LCC with a per-phase homogeneous polarization field, which effective behavior can then be estimated by classical linear homogenization schemes. We develop and implement this new incremental variational procedure for composites comprised of linear elastic spherical particles randomly and isotropically distributed in an elasto-plastic matrix. A good agreement is observed between the predictions of the model and the full field simulations data.

**Mots Clés :** Composites élasto-plastiques ; écrouissage cinématique linéaire ; écrouissage isotrope ; homogénéisation non linéaire ; procédures variationnelles

**Keywords :** Elastoplastic composites ; linear kinematic hardening ; isotropic hardening ; nonlinear homogenization ; variational methods

## 1. Introduction

Les 25 dernières années ont révélé un intérêt croissant pour la prédiction de la réponse effective des composites non linéaires. La plupart des travaux ont été réalisés dans le cas de composites dont le comportement est régi par un seul potentiel non linéaire. Ponte Castañeda [8] a montré l'importance de prendre en compte à la fois les premiers et seconds moments lors de la linéarisation du comportement. Une nouvelle étape a été franchie par Lahellec et Suquet [4] qui ont introduit de nouveaux principes variationnels incrémentaux aux échelles locale et globale. Ce principe variationnel local repose sur l'introduction d'un potentiel unique, le potentiel incrémental condensé qui tient compte à la fois de l'énergie stockée et de l'énergie dissipée. À partir du potentiel incrémental condensé, Lahellec et Suquet ont déterminé un principe variationnel incrémental effectif décrivant le comportement de matériaux hétérogènes à comportement héréditaire, grâce auquel il devient possible d'étendre la plupart des idées développées dans le cadre variationnel de l'homogénéisation non linéaire pour des composites dont le comportement est décrit par un seul potentiel. En 2013, Lahellec et Suquet [5] ont proposé un nouveau principe variationnel incrémental qui repose sur deux étapes qui sont réalisées simultanément. Ces auteurs réalisent la linéarisation du comportement local et l'uniformisation de ce dernier en une même étape ce qui conduit à un MLC thermo-élastique homogène intraphase. Enfin, Agoras et al. [1] ont proposé une formulation alternative de la procédure variationnelle incrémentale de Lahellec et Suquet [5] où les deux étapes de linéarisation et d'uniformisation du comportement sont réalisées de manières successives.

## 2. Comportement local et principes variationnels incrémentaux

On considère un Volume Élémentaire Représentatif (VER)  $\Omega$  d'un matériau composite de  $N$ -phases avec  $\Omega^{(r)}$  le volume de la phase  $r$  ( $r = 1, \dots, N$ ). On suppose que les phases sont des MSG ayant un comportement local élasto-plastique associée à la théorie  $J_2$  de la plasticité avec de l'écroutissage cinématique linéaire et de l'écroutissage isotrope non linéaire. Ceci correspond à un matériau décrit par deux potentiels convexes associés aux variables internes  $\alpha = (\varepsilon^p, p)$  décrivant les phénomènes irréversibles, où  $\varepsilon^p$  représente le champ des déformations plastiques et  $p$  la déformation plastique cumulée. Le premier potentiel convexe est l'énergie libre  $w^r(\varepsilon, \varepsilon^p, p)$  dans laquelle  $\varepsilon$  représente le champ des déformations locales. Le second potentiel est le potentiel de dissipation  $\varphi^{(r)}(\dot{\alpha})$  qui a été déterminé par Ladevèze [2].

En suivant les travaux de Lahellec et Suquet [4], une approximation des équations constitutives des MSG peut être obtenue en utilisant un schéma d'Euler implicite. L'intervalle de temps de l'étude  $[0, T]$  a été discrétisé en  $N$  pas de temps et on définit  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ .

Similairement à Lahellec et Suquet [4] on introduit le potentiel incrémental condensé  $J$  qui est défini comme la somme de l'énergie libre  $w^{(r)}$  et du potentiel de dissipation  $\varphi^{(r)}$  multiplié par  $\Delta t$ , i.e.,  $J^{(r)} = w^{(r)} + \Delta t \varphi^{(r)}$ . Ce potentiel est non-homogène par phase du fait de la présence du champ  $\varepsilon_n^p(x)$ . De plus, on introduit l'énergie libre condensée  $w_\Delta$  et l'énergie libre condensée effective  $\tilde{w}_\Delta$  définies par

$$\tilde{w}_\Delta(\mathbf{E}) = \inf_{\varepsilon / \langle \varepsilon \rangle = \mathbf{E}} \langle w_\Delta(\varepsilon) \rangle = \inf_{\varepsilon / \langle \varepsilon \rangle = \mathbf{E}} \left\langle \inf_{\alpha = (\varepsilon^p, p)} J(\underline{x}, \varepsilon, \varepsilon^p, p) \right\rangle. \quad (\text{Eq. 1})$$

Lahellec et Suquet [4] ont montré, grâce à la relation  $\sigma = \partial w_\Delta / \partial \varepsilon$  et au lemme de Hill, que la contrainte macroscopique  $\Sigma = \langle \sigma \rangle$  est donnée par

$$\Sigma = \frac{\partial \tilde{w}_\Delta}{\partial \mathbf{E}}(\mathbf{E}). \quad (\text{Eq. 2})$$

## 3. Application de la double procédure variationnelle

Du fait du caractère non quadratique du potentiel de dissipation (voir [2]), il est difficile d'homogénéiser le potentiel incrémental  $J$ . Afin de contourner cette difficulté, nous introduisons un potentiel incrémental

linéarisé  $J_L$

$$J_L^{(r)}(\underline{x}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, \eta_{\boldsymbol{\varepsilon}^p}^{(r)}) = w^{(r)}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^p, p) - \hat{w}^{(r)}(p) + \frac{\eta_{\boldsymbol{\varepsilon}^p}^{(r)}}{\Delta t} (\boldsymbol{\varepsilon}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p) : (\boldsymbol{\varepsilon}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p). \quad (\text{Eq. 3})$$

avec  $\eta_{\boldsymbol{\varepsilon}^p}^{(r)}$  une viscosité homogène par phase et  $\hat{w}^{(r)}(p)$  une fonction scalaire, correspondant à l'énergie stockée dû à l'érouissage isotrope.

En suivant les travaux de Lucchetta et al. [6], on approxime le potentiel incrémental effectif  $\tilde{w}_\Delta$  par des conditions de stationnarités sous contraintes inégalités. En résolvant les différentes conditions de stationnarité, on obtient une expression de la viscosité  $\eta_{\boldsymbol{\varepsilon}^p}^{(r)}$ , de la déformation plastique cumulée  $p^{(r)}$  qui est homogène par phase et de la déformation plastique  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ . En injectant cette dernière dans la définition de  $J_L$ , on obtient un MLC thermo-élastique à polarisations hétérogènes par phase. Ce dernier est homogénéisé en faisant appel à la procédure de Lahellec et al. [3]. Ceci conduit alors à une loi constitutive macroscopique. Il est alors possible d'appliquer un schéma d'homogénéisation linéaire, ici les bornes d'Hashin-Strickman, afin d'obtenir les réponses local et global du composite. Une application de la formulation a été faite dans le cas d'un matériaux biphasé constitué d'une matrice élasto-plastique avec de l'érouissage cinématique et/ou isotrope renforcée par des particules sphériques élastiques.

## 4. Applications et discussions

### 4.1. Cas d'une matrice soit parfaitement plastique soit à érouissage cinématique linéaire ou isotrope

Cette section traite des matériaux composites constitués d'une matrice élasto-plastique, idéalement plastique ou à érouissage cinématique linéaire ou isotrope, renforcée par des inclusions sphériques élastiques ayant un comportement linéaire isotrope. Ces particules sont distribuées de manière aléatoire et isotrope dans la matrice.

Les composites étudiés sont soumis au chargement utilisé par Lahellec et Suquet dans [5]. Ces derniers ont considéré un tenseur de déformation macroscopique  $\boldsymbol{E}$  correspondant à une extension isochore dans la direction axiale

$$\boldsymbol{E}(t) = E_{33}(t) \left( -\frac{1}{2}(\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2) + \boldsymbol{e}_3 \otimes \boldsymbol{e}_3 \right). \quad (\text{Eq. 4})$$

Les résultats de notre modèle sont comparés aux prédictions du modèle RVP développé par Lahellec et Suquet [5] et à leurs simulations FFT effectuées sur un VER composé de 50 inclusions sphériques réparties aléatoirement et de manière isotrope dans la matrice. Les paramètres matériaux utilisés sont ceux pris en compte par Lahellec et Suquet dans [5].

On observe sur la figure 1 un bon accord entre notre modèle, que l'on appellera désormais le modèle DIV (double incremental variational model), et le modèle RVP pour la contrainte axiale macroscopique  $E_{33}$ . Comme le modèle RVP, la formulation proposée est capable de reproduire l'effet Bauschinger. On remarque de plus que le modèle DIV reproduit correctement les simulations FFT.

### 4.2. Cas d'une matrice avec érouissage cinématique linéaire et isotrope combiné

Dans cette partie, on considère le cas où la matrice du composite présente à la fois de l'érouissage cinématique linéaire et de l'érouissage isotrope. Le modèle est comparé aux simulations EF. La fonction caractérisant l'érouissage isotrope  $R^{(2)}$  est définie par :

$$R^{(2)}(p) = (RM - \sigma_y^{(2)}) (1 - e^{-Bp}). \quad (\text{Eq. 5})$$

où  $B$  et  $RM$  sont deux paramètres définissant l'érouissage isotrope. Au cours des calculs, les paramètres élastiques des phase sont toujours identiques à ceux définis dans (??), et les paramètres pour l'érouissage isotrope et cinématique sont fixés de la manière suivante :

$$\sigma_y^{(2)} = 100 \text{ MPa}, \quad RM = 2.1 \text{ GPa}, \quad B = 0.26, \quad a^{(2)} = 100 \text{ MPa}. \quad (\text{Eq. 6})$$

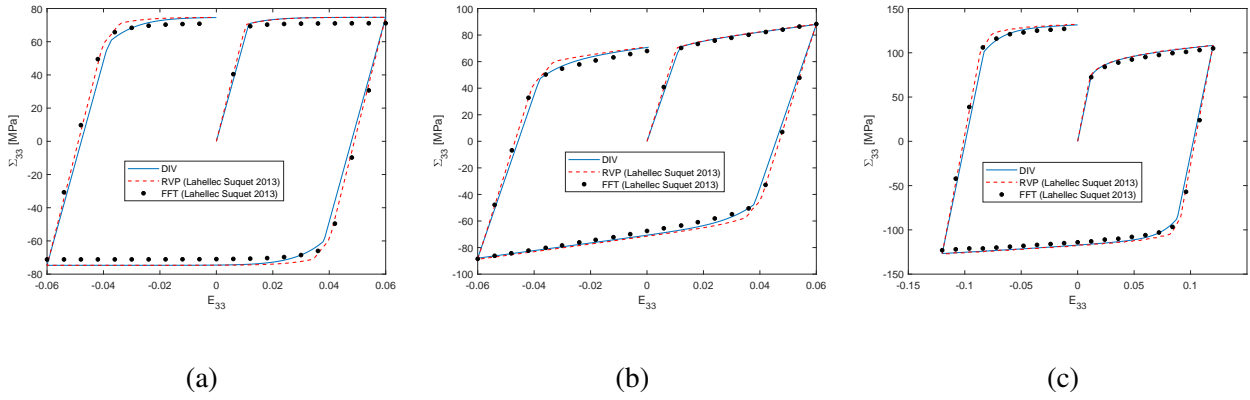


Fig. 1.: Composite à matrice élasto-plastique renforcée par des particules sphériques élastique. Cas d’une extension isochore. Evolution de la contrainte axiale macroscopique. Comparaison entre le modèle actuel (trait continu), le modèle RVP [5] (ligne pointillée) et les simulations en champ complet [5] (points). (a) Matrice parfaitement plastique, (b) Matrice avec écrouissage cinématique linéaire ( $a^{(2)} = 300$  MPa), (c) Matrice avec écrouissage isotrope ( $R^{(2)}(p) = \beta^{(2)} p^{\gamma^{(2)}}$  où  $\beta^{(2)} = 100$  MPa et  $\gamma^{(2)} = 0.4$ ).

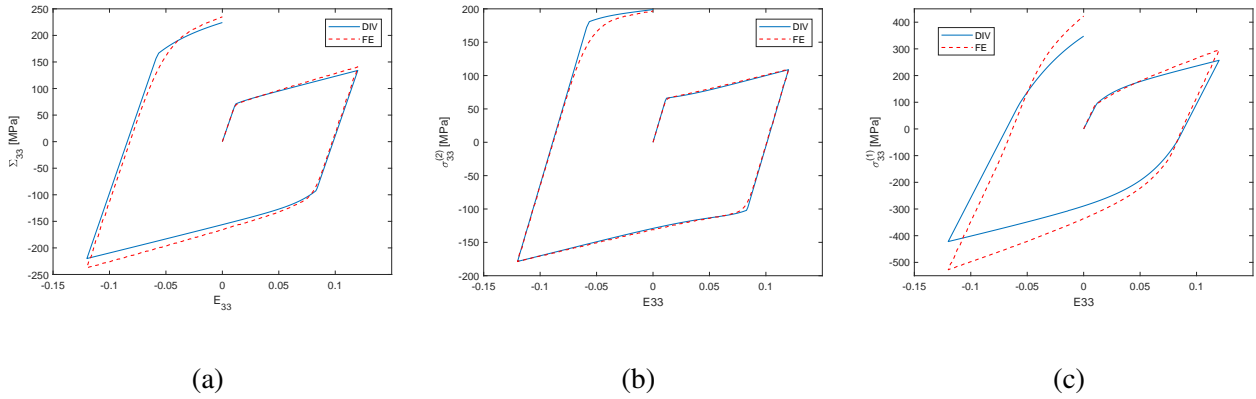


Fig. 2.: Composite renforcé sous extension isochore. Cas d’une matrice à écrouissage cinématique linéaire et isotrope. Comparaison entre le modèle DIV (ligne continue) et les simulations EF (ligne pointillée). (a) Contrainte macroscopique axiale, (b) Contrainte axiale moyenne dans la matrice, (c) Contrainte axiale moyenne dans l’inclusion.

Nous observons sur la Fig.2 que les prédictions du modèle DIV pour la moyenne des contraintes dans la matrice sont confondues avec les données EF, à l’exception de l’effet Bauschinger qui est surestimé par le modèle. Par ailleurs, on observe que l’évolution de la moyenne des contraintes dans l’inclusion reproduit les tendances obtenues par EF, mais que le modèle les sous-estime avec une erreur maximale d’environ 11 %. De plus, la pente entre le modèle DIV et les EF est différente. On suppose que cette différence provient de l’anisotropie du problème à résoudre car la géométrie de la cellule unitaire est cubique contrairement à la microstructure représentée par le modèle DIV qui est supposée isotrope en raison de l’utilisation de l’estimation de Hashin Shtrikman. Ces observations expliquent pourquoi la contrainte macroscopique prédite par le modèle, qui est la moyenne des contraintes dans les phases, a approximativement la même pente que les EF mais la sous-estime légèrement avec une erreur maximale d’environ 3 %. On observe enfin que le modèle DIV est capable de reproduire l’effet Bauschinger.

Ces observations nous permettent de valider la formulation DIV dans le cas d’un composite constitué d’une matrice élasto-plastique parfaitement plastique ou avec de l’écrouissage cinématique linéaire et/ou isotrope renforcée par des particules sphériques élastiques.

## Références

- [1] M. Agoras, R. Avazmohammadi, and P. Ponte Castañeda. Incremental variational procedure for elasto-viscoplastic composites and application to polymer- and metal-matrix composites reinforced by spheroidal elastic particles. *International Journal of Solids and Structures*, 97-98 :668–686, 2016.
- [2] P. Ladevèze. *Mécanique non linéaire des structures : nouvelle approche et méthodes de calcul non incrémentales*. Hermès, 1996.
- [3] N. Lahellec, P. Ponte Castañeda, and P. Suquet. Variational estimates for the effective response and field statistics in thermoelastic composites with intra-phase property fluctuations. *Proceeding of the Royal Society A*, 447 :2224–2246, 2011.
- [4] N. Lahellec and P. Suquet. On the effective behavior of nonlinear inelastic composites : I. Incremental variational principles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55 :1932–1963, 2007.
- [5] N. Lahellec and P. Suquet. Effective response and field statistics in elast-plastic and elasto-viscoplastic composites under radial and non radial loading. *International Journal of Plasticity*, 42 :1–30, 2013.
- [6] A. Lucchetta, F. Auslender, M. Bornert, and D. Kondo. A double incremental variational procedure for elastoplastic composites with combined isotropic and linear kinematic hardening. *International Journal of Solids and Structures*, 158 :243–267, 2018.
- [7] P. Ponte Castañeda. The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39 :45–71, 1991.
- [8] P. Ponte Castañeda. Second-order homogenization estimates for nonlinear composites incorporating field fluctuations : I-theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50 :737–757, 2002.

# Simulation numérique du comportement mécanique d'un réseau de fibres enchevêtrées et réticulées pour matériau d'âme

## *Numerical Simulation of the Mechanical Behavior of Entangled and cross-linked Fibers Network for Core material*

Christophe Bouvet<sup>1</sup>, Fadhel Chatti<sup>1</sup>, Dominique Poquillon<sup>2</sup> et Guilhem Michon<sup>1</sup>

1 : Institut Clément Ader, Université de Toulouse, ISAE-SUPERO,  
3 Rue Caroline Aigle, 31400 Toulouse, France  
e-mail : christophe.bouvet@isae.fr

2 : CIRIMAT, Université de Toulouse, INP-ENSIACET  
4 allée Emile Monso, BP 44362, 31432 Toulouse Cedex 4, France  
e-mail : dominique.poquillon@ensiacet.fr

### Résumé

Un matériau d'âme à base de fibres enchevêtrées et réticulées a été précédemment développé dans le but d'améliorer certaines propriétés des structures sandwich, et en particulier l'amortissement vibratoire. Ce matériau fibreux peut être élaboré à partir de différents types de fibres tels que les fibres de carbone, de verre, d'acier inoxydable, d'aramide ou d'un mélange de celles-ci.

Cependant, son comportement mécanique et vibratoire doit être optimisé afin de l'utiliser dans le domaine aérospatial. Plusieurs paramètres morphologiques entrent en jeu lors de sa fabrication : la fraction volumique de fibres, la distribution de leur orientation et la proportion de contacts collés. Un modèle numérique a été développée afin de mieux comprendre les relations entre la morphologie de l'assemblage, les propriétés à l'échelle de la fibre et le comportement mécanique macroscopique de ce matériau enchevêtré-réticulé. La modélisation numérique est basée sur le code de calcul par éléments finis ABAQUS pour simuler et expliquer les boucles d'hystérésis observées expérimentalement. Dans cette première étape, la géométrie du réseau de fibres numérique s'appuie sur les données morphologiques du matériau réel. A terme, le modèle permettra d'optimiser l'architecture en fonction des propriétés visées : rigidité en cisaillement, en compression, amortissement vibratoire.

### Abstract

A new core material based on entangled and cross-linked fibers has been previously developed in order to improve certain properties of sandwich structures including vibration damping. This fibrous material can be manufactured using different type of fibers such as carbon, glass, stainless steel, aramid or a mix of fibers.

However, its behavior should be optimized for use in the aerospace field. Several morphological parameters can be modified during the manufacturing process: volume fraction of fiber, the distribution of their orientations and the ratio of glued contacts. A numerical model was developed in order to better understand the relations between the network morphology, the properties at the fiber scale and the macroscopic mechanical behavior of this entangled-cross linked material. The numerical simulation is based on the finite element code ABAQUS in order to simulate and explain the hysteresis loops experimentally observed. In this first step, the geometry of the numerical fiber network is based on the morphological data of the actual material. At the end of this work, a numerical study is proposed to study the influence of different morphological parameters on the compressive stiffness and shear stiffness of the entangled cross-linked material.

**Mots Clés :** fibres enchevêtrées, réseau de fibres, simulation numérique, boucle d'hystérésis

**Keywords :** entangled fibers, fiber network, numerical simulation, hysteresis loop

## 1. Introduction

Un nouveau matériau d'âme à base de fibres enchevêtrées et réticulées a été précédemment développé dans le but d'améliorer certaines propriétés des structures sandwich [1], et en particulier



l'amortissement vibratoire [2]. Ce matériau fibreux peut être élaboré à partir de différents types de fibres tels que le carbone, le verre, l'acier inoxydable, l'aramide ou d'un mélange de celles-ci [1].

Cependant, son comportement mécanique et vibratoire doit être optimisé afin de l'utiliser dans le domaine aérospatial. Plusieurs paramètres morphologiques entrent en jeu lors de sa fabrication. L'objectif de ce travail de recherche est de développer un modèle numérique permettant de mieux comprendre le comportement mécanique de ce matériau enchevêtré-réticulé. La modélisation numérique est basée sur le code de calcul par éléments finis ABAQUS pour simuler et expliquer les boucles d'hystérésis observées expérimentalement puis pour concevoir une architecture générant une bonne rigidité mécanique ainsi que de bonnes propriétés d'amortissement. La géométrie numérique du réseau de fibres s'appuie sur les données morphologiques du matériau réel [3].

## 2. Modèle numérique

Tout d'abord, le comportement dissipatif d'un volume élémentaire représentatif est étudié en cisaillement (Fig. 1-a). Les résultats numériques montrent une bonne corrélation avec les données expérimentales (Fig. 1-b). Elles prouvent que la dissipation d'énergie est due principalement au frottement entre fibres. Le modèle numérique réussit à capter le changement de la forme d'hystérésis lors du changement de l'amplitude de chargement ; ce qui est en bon accord avec les observations expérimentales de Piollet et al. [2]. Le modèle numérique permet à la fois de confirmer la non-linéarité géométrique du comportement du matériau pour de petites déformations et de comprendre les causes morphologiques de ce changement de forme [4].

Si le matériau enchevêtré-réticulé présente un bon amortissement vibratoire par rapport aux matériaux d'âme couramment utilisés dans l'industrie [2], il ne peut pas encore être utilisé dans des applications structurales vu ses faibles caractéristiques mécaniques. Des simulations numériques ont été effectuées dans le but d'étudier l'effet de différents paramètres morphologiques, tels que la distance moyenne entre jonctions, la fraction volumique, le type de fibre et la distribution des orientations de fibres [5]. La Fig. 2-a montre que, pour différentes distributions des orientations de fibres (Fig. 2-b), le module de cisaillement peut être amélioré en diminuant la distance moyenne entre jonctions. La relation entre le module de cisaillement et la distance moyenne entre jonctions est une fonction puissance d'exposant  $-3/2$ . Comparé à la valeur  $-2$  proposée par Markaki et Clyne [6], la valeur de l'exposant résultant de nos simulations est dans le bon ordre de grandeur.

Ce travail numérique permet de constituer une base robuste pour l'amélioration du procédé de fabrication du matériau enchevêtré-réticulé.

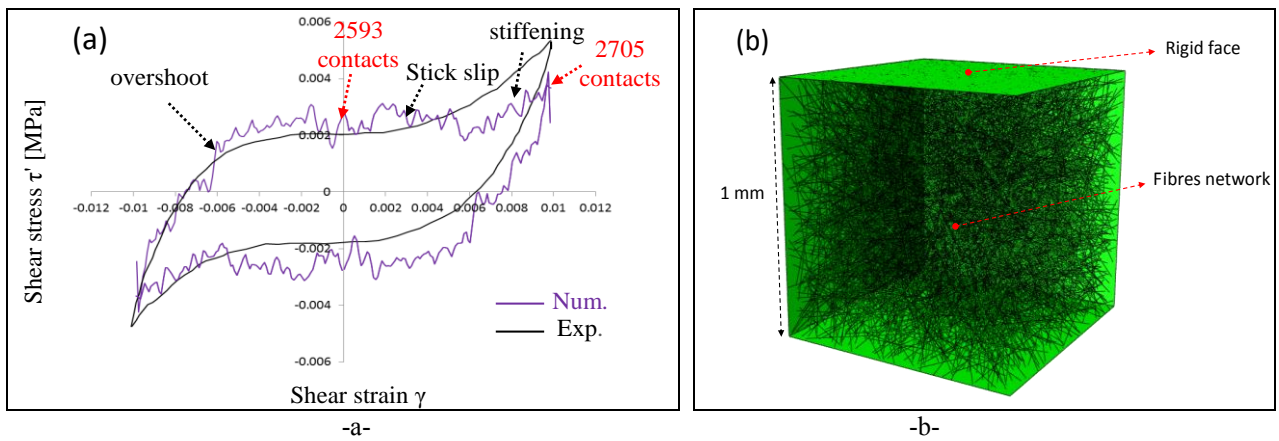


Fig. 1. (a) Analyse et comparaison entre l'hystérésis expérimentale et numérique définissant le comportement dissipatif du matériau enchevêtré-réticulé (b) Surfaces rigides en vert entourant la géométrie et empêchant les fibres de sortir de la boîte au cours du chargement.

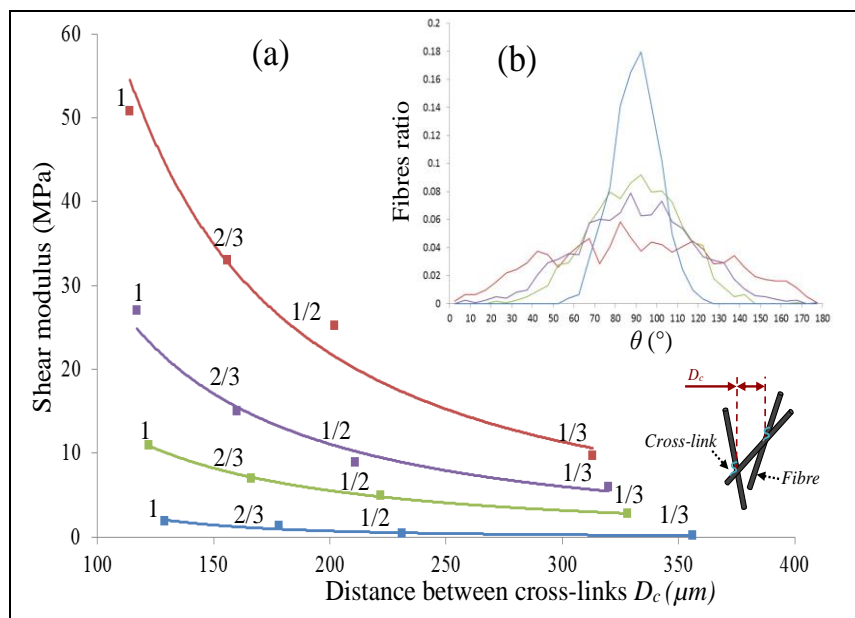


Fig. 2. (a) Effet de la distance moyenne entre jonctions sur la rigidité en cisaillement pour (b) différentes distributions des orientations de fibres et différentes proportions de contacts pontés (un tiers, un demi, deux tiers et un).

## Références

- [1] L. Mezeix, D. Poquillon, C. Bouvet, Entangled cross-linked fibers for an application as core material for sandwich structures part I: experimental investigation, *Applied Composite Materials* (2015) 23 (1) 71-86.
- [2] E. Piollet, D. Poquillon, G. Michon, Dynamic hysteresis modelling of entangled crosslinked fibres in shear, *Journal of Sound and Vibration* (2016) 383, 248-264.
- [3] F. Chatti, C. Bouvet, D. Poquillon, G. Michon, Numerical modelling of shear hysteresis of entangled cross-linked carbon fibres intended for core material. *Computational Materials Science* (2018) Vol. 155, pp. 350-363
- [4] F. Chatti, D. Poquillon, C. Bouvet, G. Michon, Numerical modelling of entangled carbon fibre material under compression, *Computational Materials Science* (2018) Vol. 151, pp. 14-24
- [5] F. Chatti, C. Bouvet, D. Poquillon, G. Michon, Numerical analysis of shear stiffness of entangled cross-linked fibrous material, *Special Issue International Journal of Solids and Structures related to International workshop in honor of Dominique Jeulin* (soumis).
- [6] Markaki, A. E. et Clyne, T. W. (2003). Mechanics of thin ultra-light stainless steel sandwich sheet material - part I. stiffness. *Acta. Mater.* 51 (5) 1341-1350.

# Comparaison conceptuelle et algorithmique de la méthode multi-grilles Local Defect Correction et de la méthode d’homogénéisation numérique de type $EF^2$ hybride

## *Conceptual and algorithmic comparison of multigrid Local Defect Correction approach and hybrid $FE^2$ numerical homogenization technique*

Daria KOLIESNIKOVA<sup>1,2</sup>, Frédéric LEBON<sup>2</sup> et Isabelle RAMIÈRE<sup>1</sup>

1 : CEA Cadarache, DEN, DEC, SESC, LSC  
Cadarache, 13115 Saint-Paul-lez-Durance  
e-mail : {daria.koliesnikova, isabelle.ramiere}@cea.fr

2 : Laboratoire de Mécanique et d’Acoustique - LMA - UMR 7031  
Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille  
4 Impasse Nikola Tesla, CS 40006  
13453 Marseille Cedex 13  
e-mail : {koliesnikova, lebon}@lma.cnrs-mrs.fr

### Résumé

Généralement, afin d’atteindre une précision désirée lors de la modélisation numérique la nécessité de capturer de multiples phénomènes se produisant à différents niveaux apparaît. Un large spectre de méthodes multi-échelles visant à enrichir un modèle grossier, représentant le comportement global, avec des modèles offrant une représentation plus détaillée des phénomènes fins, ont été développés. Ces techniques peuvent être réparties en deux grandes classes en fonction de la finesse des détails à représenter. Les méthodes multi-grilles locales visent à augmenter la résolution dans des zones à effets localisés. Les techniques d’homogénéisation consistent à alimenter la relation constitutive globale avec des données micro-structurales. Ce travail est consacré à une comparaison conceptuelle et algorithmique de l’approche multi-grille Local Defect Correction et de la technique d’homogénéisation numérique locale basée sur schéma  $EF^2$ , permettant de révéler les points communs et les particularités propres à chaque stratégie. Conceptuellement, les deux méthodes sont très proches : elles permettent d’alimenter localement le modèle grossier avec les informations manquantes provenant de niveau plus fin. Elles exploitent un couplage grossier-fin similaire, mais le transfert d’information fin-grossier diffère. Cependant, du point de vue algorithmique, les termes correctifs permettant de réactualiser la solution grossière semblent d’être similaires pour les deux techniques.

### Abstract

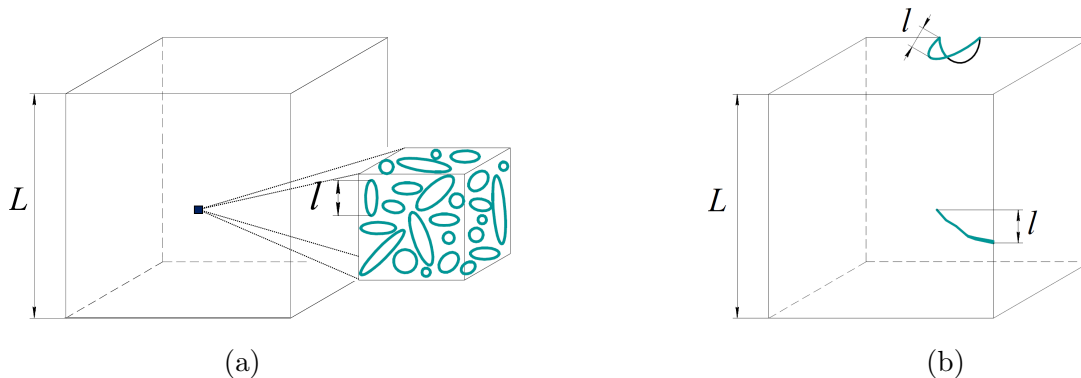
Generally, the achievement of desired accuracy while modeling complex problems implies the necessity to capture multiple phenomena occurring on different levels. A wide range of multi-scale methods aiming to enrich a coarse model, representing the global behavior, with finer models offering more detailed representation of fine-scale phenomena, have been developed. These techniques may be splitted into two large classes depending on the finesse of details to be represented. Local multigrid methods aim to provide more accurate resolution in regions with highly localized effects belonging to the structural level. The homogenization techniques reside in feeding the global constitutive relation with local micro-scale information. This work is devoted to a conceptual and algorithmic comparison of multigrid Local Defect Correction approach and numerical homogenization  $FE^2$ -based hybrid technique, permitting to reveal essential common points and particularities specific to each strategy. Conceptually, both methods are very close : they permit to locally feed the coarse-scale model with the missing finer-scale information. They actually exploit a similar coarse-to-fine coupling, but the fine-to-coarse transfer differs. However, from the algorithmic point of view, corrective terms allowing to update the coarse solution with the information derived from the fine scale, seem to be quite similar for both techniques.

**Mots Clés :** méthodes multi-échelles, homogénéisation, méthode multi-grilles, élasticité linéaire, méthode des éléments finis

**Keywords :** multi-scale methods, homogenization, multigrid method, linear elasticity, finite element method

## 1. Introduction

In many situations, the achievement of desired accuracy while modeling complex cutting-edge problems implies the necessity to capture multiple phenomena occurring on different levels. As complete resolution of all the finest-scale details is computationally inefficient, a common approach in practical engineering analysis is to rely on multi-scale techniques allowing to circumvent such issue. The philosophy of multi-scale modeling resides in addressing a problem from different levels of details : the global structures behavior is captured by the coarse model, while auxiliary finer-scale models offer a more detailed understanding of the fine-scale phenomena. The main benefit of scale separation is the possibility to achieve the accuracy of a fine-scale model while preserving the efficiency comparable to a coarse-scale model.



*Fig. 1:* Two classes of multi-scale problems : (a) the first class : large scale difference  $l \ll L$  inducing the application of homogenization methods ; (b) the second class : small scale difference  $l \leq L$  necessitating a fine resolution in local regions of interest.

Generally, two classes of multi-scale problems can be distinguished. This classification is based on the scale ratio between two levels which determines the computational strategy to be applied. The structural level (with  $L$  being its characteristic size) is typically referred as macro or coarse scale, while the level of local effects to be captured, having the size  $l$  - as micro or fine scale. The first class incorporates problems for which the difference between both scales is quite large ( $l \ll L$ ), cf. Fig.1a. One may naturally think about structures made of heterogeneous or composite materials, where micro-structural features have to be taken into account. Such problems are efficiently tackled using the homogenization techniques ([5, 11, 6, 4, 9]). For the second class of problems, the scale separation is less pronounced ( $l \leq L$ ), cf. Fig.1b. Fine scale phenomena have generally local character, however they belong to macro or meso scales. To handle this kind of problems the standard or local multigrid techniques ([3, 1, 8]) are generally well suited.

The affinity of both types of multi-scale problems has been pushed researchers to combine such techniques. One may cite, for instance, works based on the combination of homogenization techniques and multigrid methods [7, 2, 10]. These ideas come very natural, and permit to generalize the multigrid techniques to better describe the problems with heterogeneous media. The basic multigrid hierarchy is kept, while the main issues are associated with the construction of appropriate so-called homogenization-based transfer operators.

The objective of this study is to provide a conceptual and algorithmic comparison of the local multigrid approach, typically Local Defect Correction strategy, and the numerical homogenization FE<sup>2</sup>-hybrid method [12]. The considered techniques both aim to nourish the coarse-scale model with a more accurate or more sophisticated fine description, which can be introduced only in local regions where the global coarse model is not valid. This local character permits to limit considerably the associated computational cost. To the best of our knowledge, these

approaches have not been deeply compared, despite their obvious conceptual similarities. For this study, we place ourselves in the linear elasticity framework, which eases the comparative study. Moreover, the nested two-level finite element scheme is considered.

## 2. Conceptual and algorithmic comparison

### Numerical homogenization FE<sup>2</sup> scheme.

The aim of numerical homogenization techniques is the possibility to take into account the micro-structural features without having to mesh completely the microstructure, which would become prohibitive in terms of computational complexity. The FE<sup>2</sup> scheme [6] consists in coupling two modeling scales in the same computational scheme in order to obtain during the macroscopic resolution the local mechanical quantities associated to micro-scale resolution. The local problems are typically defined on elementary volumes (REV), representative of the microstructure, which are attached to macro quadrature points.

Coupling between macro and micro problems is performed by means of two steps, cf. Fig.2. One starts by solving a given problem on the coarse scale involving an initial approximation of the elasticity tensor. The obtained macroscopic solution is used to determine the appropriate boundary conditions to be prescribed on local REV within a so-called localization step. The established local problems are then solved involving the real (heterogeneous) material description. The next homogenization step aims to provide the averaged microscopic informations. This micro-to-macro coupling is done in terms of the homogenized elasticity tensor, allowing to update the macroscopic stiffness matrix.

Despite the great scalability of FE<sup>2</sup> approach, in the industrial context, the number of micro problems becomes rapidly excessively large, resulting in very costly computations. As a remedy to such issue, it is possible to alleviate the algorithm by performing micro-scale computations only near some point of interest, as proposed in [12]. In the remaining part of the domain, a chosen homogenized constitutive relation is used.

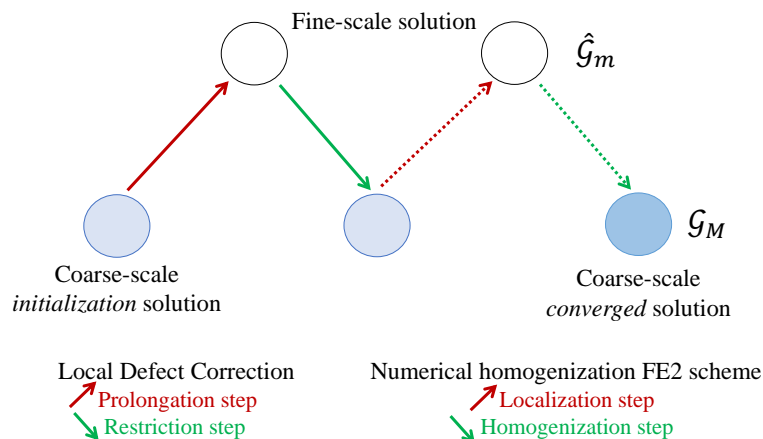


Fig. 2.: General two-scale algorithm and information transfer operations

### Local Defect Correction approach.

In contrast to the standard multigrid methods, where each level is a discretization of the whole computational domain, starting from the finest one, the local multigrid approaches consist in coarsely meshing the domain and in adding locally finer grids. Problems defined on each generated level are treated in a sequential manner and coupled using an iterative process, lying on prolongation and restriction operators (see Fig.2). In Local Defect Correction method [8], the coarse-to-fine information transfer is carried out within a prolongation step, which serves to prescribe on fictive internal fine mesh boundaries the boundary conditions defined from the

coarser solution. These conditions are prescribed in terms of the imposed displacement. In its turn, fine-to-coarse coupling is performed using a restriction operator, which permits to update the coarse grid solutions through correction of the coarse problems right-hand side term. Thus, the fine-to-coarse coupling is done by means of the restricted fine-scale displacement.

### Comparative study.

As mentioned in introduction, both strategies are very close from the conceptual point of view. They aim to better model a structure's coarse-scale behavior, taking into account the finer-scale phenomena. With both approaches improvement of the coarse model is done locally, where it is required, leading to remarkable savings of computational resources.

At the algorithmic level, LDC and  $FE^2$  techniques represent inherently iterative algorithms incorporating similar steps. The coarse-scale problem serves to define the boundary conditions which are prescribed to the local fine-scale problems. Thus both approaches deal with similar coarse-to-fine coupling. However, they exploit different fine-to-coarse transfer. In the case of LDC approach, the local defect is derived involving the restricted to the coarse grid fine solution, which is used to correct the coarse-scale problem by means of an additional source term. As for the  $FE^2$  technique, the micro-scale problems pass over stiffness information to the macro-scale : stiffness transfer is carried out by the effective constitutive tensor. Despite different purposes of the fine-to-coarse transfer operators, from the algorithmic point of view they may be seen as additional corrective terms, enabling to update the coarse-scale solution using the information derived from local fine problems.

### Références

- [1] D. Bai and A. Brandt. Local mesh refinement multilevel techniques. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 8(2) :109–134, 1987.
- [2] C. G. Bayreuther, C. Miehe, and J. Schröder. *Aspects of Homogenization Techniques and Multigrid Solving*, pages 88–95. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2000.
- [3] A. Brandt. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. *Mathematics of Computation*, 31(138) :333–390, 1977.
- [4] G. J. Dvorak. Transformation field analysis of inelastic composite materials. *Proceedings : Mathematical and Physical Sciences*, 437(1900) :311–327, 1992.
- [5] W. E and B. Engquist. The heterogeneous multiscale methods. *Commun. Math. Sci.*, 1 :87–132, 01 2003.
- [6] F. Feyel and J-L. Chaboche.  $FE^2$  multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials. *computer methods in applied mechanics and engineering* 183, 309-330. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183 :309–330, 2000.
- [7] J. Fish and V. Belsky. Multi-grid method for periodic heterogeneous media part 2 : Multiscale modeling and quality control in multidimensional case. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 126(1) :17–38, 1995.
- [8] W. Hackbusch. Local Defect Correction method and Domain Decomposition techniques. *Defect Correction Methods : Theory and Applications*, pages 89–113. Springer Vienna, 1984.
- [9] J.C. Michel and P. Suquet. Nonuniform transformation field analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 40(25) :6937–6955, 2003.
- [10] C. Miehe and C. G. Bayreuther. On multiscale fe analyses of heterogeneous structures : from homogenization to multigrid solvers. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 71(10) :1135–1180, 2007.
- [11] Ch. Miehe, J. Schröder, and J. Schotte. Computational homogenization analysis in finite plasticity simulation of texture development in polycrystalline materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 171(3) :387–418, 1999.
- [12] I. Ramière, R. Masson, B. Michel, and S. Bernaud. Un schéma de calcul multi-échelles de type Éléments Finis au carré pour la simulation de combustibles nucléaires hétérogènes. In *13e colloque national en calcul des structures*, Giens, Var, France, 2017.

# Modélisation dynamique des structures multicouches à l'aide du modèle SCLS1

## *Dynamic analysis of multilayered plates using SCLS1 model*

Paul BOUTEILLER<sup>1</sup>, Jeremy BLEYER<sup>1</sup>, Jean François CARON<sup>1</sup> et Karam SAB<sup>1</sup>

<sup>1</sup> : Université Paris-Est, Laboratoire Navier UMR 8205 (École des Ponts ParisTech, IFSTTAR, CNRS)  
École des Ponts Paristech  
6 et 8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée, France  
e-mail : paul.bouteiller@enpc.fr, jeremy.bleyer@enpc.fr, jean-francois.caron@enpc.fr et karam.sab@enpc.fr

### Résumé

Pour surmonter les lacunes des modèles de *monocouche équivalente* à prédire les contraintes aux voisinages des bords libres dans les plaques multicouches, le laboratoire Navier a développé plusieurs modèles, dits *multi-particulaires*, pour lesquels l'effort inter-laminaire est un des efforts généralisé du modèle. Le modèle SCLS1 est le plus riche de cette gamme et représente le stratifié par une succession de plaques de type Reissner-Mindlin couplées par des efforts inter-laminaires de cisaillement et d'arrachement. Le modèle permet une estimation précise de la contrainte de cisaillement aux interfaces ainsi que le respect de la condition de bord libre. Nous présentons tout d'abord la formulation statique du modèle SCLS1 dérivée du modèle 3D en faisant l'hypothèse d'une répartition linéaire par couche de la contrainte membranaire. Le modèle est alors construit en imposant de vérifier les équations d'équilibre 3D. Un principe de moindre action *en contraintes* est ensuite utilisé pour étendre notre modèle aux régimes dynamiques et identifier les masses généralisées du modèle. Enfin une analyse modale de quelques plaques anisotropes est effectuée afin de valider le modèle. Toutes nos simulations ont été conduites à l'aide du logiciel open source FEniCS permettant la résolution d'équations aux dérivées partielles sous forme variationnelle.

### Abstract

To overcome the inaccurate estimations of local response near free-edges of equivalent single-layer theories, a collection of layerwise models have been developed by the Navier laboratory in which the interlaminar shear stress is one of the generalized forces. The latest one (SCLS1) with first-order membrane stresses is introduced below. The laminated plate is considered as a superposition of Reissner-Mindlin plates coupled by shear and normal interface stresses. The model ensures an accurate estimation of the shear stress and respect the free edge boundary conditions.

First the equations of the SCLS1 model are derived from the 3D Cauchy model under the assumption of piecewise linear membrane stress. The model is then built by satisfying the 3D equilibrium equations. A modified principle of least action, expressed in terms of stresses, is then used to extend the model to dynamics. A modal analysis of various anisotropic plates is then performed to validate our model. All the simulations have been implemented using the open source FEniCS platform for solving partial differential equations.

**Mots Clés :** Structures multicouches, Composites, Effort d'interface, Analyse modale

**Keywords :** Multilayer, Composites, Interfacial stress, Modal analysis

## 1. Présentation du modèle SCLS1

Le modèle SCLS1 est un modèle multiparticulaire dérivé du modèle 3D exact en se restreignant aux champs de contraintes statiquement admissibles et possédant une approximation des contraintes membranaires de degré 1 par couche [?].

À partir de cette hypothèse, l'écriture des équations d'équilibre 3D conduit à  $6n + 1$  équations d'équilibre généralisées où  $n$  désigne le nombre de couches. La cinématique du modèle SCLS1 est obtenue par dualisation des équations d'équilibre et possède donc  $6n + 1$  degrés de libertés en chaque point de la surface moyenne de la plaque :

Équations d'équilibres	Déplacements généralisés associés
$\underline{0} = \underline{\text{div}}(\underline{N}^i)(x, y) + \underline{\tau}^{i,i+1}(x, y) - \underline{\tau}^{i-1,i}(x, y)$	$\underline{U}^i(x, y)$
$0 = \text{div}(\underline{Q}^i)(x, y) + \nu^{i,i+1}(x, y) - \nu^{i-1,i}(x, y)$	$U_3^i(x, y)$
$\underline{0} = \underline{\text{div}}(\underline{M}^i)(x, y) - \underline{Q}^i(x, y) + \frac{\epsilon^i}{2}(\underline{\tau}^{i,i+1}(x, y) + \underline{\tau}^{i-1,i}(x, y))$	$\underline{\Phi}^i(x, y)$
$0 = \text{div}(\underline{\tau}^{k,k+1})(x, y) - \pi^{k,k+1}(x, y)$	$V^{k,k+1}(x, y)$

où les efforts généralisés  $\underline{N}^i, \underline{M}^i, \underline{Q}^i$  sont les efforts membranaires, les moments de flexions et les efforts tranchants classiques de chaque couche. Les efforts  $\underline{\tau}^{i,i+1}, \nu^{i,i+1}$  correspondent aux contraintes de cisaillement et d'arrachement à l'interface entre les plis  $i$  et  $i + 1$ . Enfin, l'effort généralisé  $\pi^{i,i+1}$  correspond, quant à lui, à la divergence du cisaillement et est introduit de manière à ne négliger aucune contribution à l'énergie élastique complémentaire contrairement à d'autres modèles multiparticulaires développés antérieurement [?].

Les déplacements  $\underline{U}^i, U_3^i$  correspondent aux déplacements moyens dans le plan et hors plan de la couche  $i$ ,  $\underline{\Phi}^i$  correspond à la rotation moyenne et enfin le déplacement généralisé  $V^{k,k+1}$  est relié à la différence des déplacements verticaux de deux plis consécutifs.

Les relations de comportement généralisées sont obtenues en reliant les efforts généralisés aux déformations généralisées en utilisant le principe du minimum de l'énergie complémentaire. La formulation variationnelle nécessaire à l'implémentation éléments finis s'obtient en dualisant chacune des équations d'équilibres mentionnées ci-dessus par son déplacement généralisé associé. Bien que le modèle soit initialement formulé à partir des contraintes 3D, sa résolution numérique est effectuée de manière classique par une approche en déplacements.

## 2. Extension au cas dynamique

La principale difficulté d'extension au cas dynamique du modèle SCLS1 réside dans l'expression de l'accélération apparaissant au second membre de l'équation de la dynamique tridimensionnelle. En effet, notre seul postulat a porté sur la distribution de contraintes dans l'épaisseur et non sur la cinématique. Afin de poursuivre et d'être cohérent dans la dérivation du modèle,



nous devons donc employer un principe formulé en contraintes pour obtenir l'expression des masses généralisées associées aux degrés de libertés du modèle.

### 2.1. Principe de moindre action en contraintes

Le principe de moindre action (ou principe d'Euler-Lagrange) postule que la dynamique d'un système est entièrement déterminée par un Lagrangien  $\mathcal{L}(\underline{u}, \underline{\dot{u}})$  dépendant de la position, de la vitesse et éventuellement explicitement du temps [?].

La trajectoire physique est sélectionnée par le fait que l'action entre deux instant voisins :

$$\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} (\psi(\underline{\underline{\epsilon}}[\underline{u}]) - \frac{1}{2}\rho\underline{\dot{u}}.\underline{\dot{u}} - \rho\underline{f}.\underline{u})d\Omega - \int_{\partial_N\Omega} \underline{T}^D.\underline{u} dSdt \quad (\text{Eq. 1})$$

est extrémale.

Si nous introduisons les multiplicateurs de Lagrange  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{r}$  associés à l'équation de compatibilité  $\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\nabla}\underline{u}$  et à l'égalité  $\underline{\dot{u}} = \underline{v}$  nous obtenons, après élimination des grandeurs cinématiques, que la stationnarité de l'action se traduit par la recherche d'un minimum  $\underline{\underline{\sigma}}, \underline{r}$  sur l'ensemble des champs statiquement admissibles définis ci-dessous :

$$\min_{\underline{\underline{\sigma}}, \underline{r} \in \mathcal{S}^{ad}} \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} \psi^*(\underline{\underline{\sigma}}) - \frac{1}{2\rho}\underline{r}.\underline{r} d\Omega dt + \int_{\Omega} [\underline{r}.\underline{U}]_{t_1}^{t_2} d\Omega \quad (\text{Eq. 2})$$

où

$$\underline{\underline{\sigma}}, \underline{r} \in \mathcal{S}^{ad} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}})(\underline{x}, t) + \rho\underline{f}(\underline{x}, t) = \underline{\dot{r}}(\underline{x}, t) \text{ dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t).\underline{n}(\underline{x}, t) = \underline{T}^D(\underline{x}, t) \text{ sur } \partial_N\Omega \end{cases} \quad (\text{Eq. 3})$$

et où  $\underline{r}$  s'interprète comme la quantité de mouvement locale.

Nous postulons ensuite une distribution de  $\underline{r}$  polynomiale compatible avec la distribution dans l'épaisseur des équations d'équilibre. Nous aboutissons, finalement, à une relation impulsion-vitesse de la forme :  $\{ \dot{U} \} = [D]\{ R \}$  où l'on a noté :

$$\begin{aligned} {}^t\{U\} &= \{U_1^1, U_2^1, U_3^1, \Phi_1^1, \Phi_2^1, \dots, U_1^n, U_2^n, U_3^n, \Phi_1^n, \Phi_2^n, V^{0,1}, \dots, V^{n,n+1}\} \\ {}^t\{R\} &= \{r_1^{1,0}, r_2^{1,0}, r_3^{1,0}, r_1^{1,1}, r_2^{1,1}, \dots, r_1^{n,0}, r_2^{n,0}, r_3^{n,0}, r_1^{n,1}, r_2^{n,1}, r_3^{[0,1]}, \dots, r_3^{[n,n+1]}\} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 4})$$

L'inversion de la matrice  $[D]$  nous donne par la suite accès à la matrice de masse locale du multicouche.

### 2.2. Validation de la dynamique par des analyses modales

Nous considérons un composite stratifié épais dont l'éclatement est fixé à 10. Le degré d'orthotropie de chaque couche est fixé par le rapport des modules d'Young  $E_1$  et  $E_2$  dans le sens longitudinal et transversal respectivement. Nous prendrons pour paramètres physiques les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} E_1 &= 30\text{MPa}, E_2 = E_3 = 1\text{MPa}, G_{12} = G_{13} = \mu_L = 0.6E_2, G_{23} = \mu_T = 0.5E_2 \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = \nu_{23} = 0.25 \end{aligned}$$

La plaque est de côté unitaire et est encadrée sur son bord. Les 10 premières pulsations propres sont données pour un empilement 90/0/90/0 avec un ratio des module d'Young de 30. La comparaison s'effectuera par rapport au code de calcul Simulia pris comme référence.

Mode	Simulia(Hz)	SCLS1(Hz)	Écart relatif(%)
1	0.33773	0.337351	-0.112219821
2	0.56432	0.563251	-0.189431528
3	0.56432	0.563443	-0.155408279
4	0.7281	0.726672	-0.196126906
5	0.85788	0.856004	-0.218678603
6	0.85952	0.857715	-0.210000931
7	0.97793	0.975521	-0.24633665
8	0.97793	0.975878	-0.209830969
9	1.1751	1.171798	-0.280997362

## Références

- [1] J. Aboudi. Micro-electromechanics of soft dielectric matrix composites. *International Journal of Solids and Structures*, 64-65 :30–41, 2015.
- [2] M.F. Adams, H. Bayraktar, T.M. Keaveny, and P. Papadopoulos. Ultrascapable implicit finite element analyses in solid mechanics with over a half a billion degrees of freedom. In *Proceedings of the 2004 ACM/IEEE conference on Supercomputing*, page 34. IEEE Computer Society, 2004.
- [3] T. Belytschko, W.K. Liu, B. Moran, and K. Elkhodary. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. John wiley & sons, 2013.

# Identification des propriétés mécaniques des fibres de carbone de rigidité axiale variable à partir d'un modèle micro-mécanique

## *Identification of carbone fibres properties with variable axial stiffness using a micro-mechanical model*

Pierre-Yves Méchin<sup>1</sup>, Vincent Keryvin<sup>2</sup>

1 : Dassault-Systèmes  
10 rue Marcel Dassault, F- 78946 Vélizy-Villacoublay CS 40501  
e-mail : pierreyves.mechin@3ds.com

2 : Université Bretagne Sud, UMR CNRS 6027, IRDL  
2 rue le Coat Saint Haouen, F-56100 Lorient  
e-mail : vincent.keryvin@univ-ubs.fr

### Résumé

La qualification expérimentale des propriétés des fibres longue est particulièrement délicate (exceptée la rigidité axiale de la fibre). Une solution de contournement consiste en une identification numérique des propriétés mécanique de la fibre à partir de la connaissance des propriétés de la résine et du pli composite. L'identification est faite à partir d'un modèle micro-mécanique dont la distribution entre fibre et résine est réalisée sur la base d'un modèle élémentaire représentatif (VER) de type hexagonal. L'identification des propriétés de la fibre est faite par une optimisation entre les données de la résine et les données du pli composite UD. Cette optimisation permet d'extraire l'ensemble des propriétés pour deux fibres de rigidité axiale différente.

### Abstract

The experimental qualification of the mechanical properties of long fibers provides some challenges (except the axial stiffness of the fiber). An alternative option is a numerical identification of the mechanical properties of the fiber based on the knowledge (or experimental qualification) of the resin and composite layer. The identification process is performed using a micro-mechanical model. The distribution of the fibers is proposed based on a representative volume element (RVE) using a hexagonal representation. The identification of fibre's properties is performed using a optimisation from the resin properties and the ply UD composite properties. This optimisation contributes to extract a set of properties for two different fibres according to their axial stiffness.

**Mots Clés :** fibre de carbone, VER, Hexagonal, Optimisation, Identification

**Keywords :** Carbon fiber, RVE, Hexagonal, Optimization, Identification

## 1. Introduction

Les composites Carbone-Epoxy sont utilisés dans un grand nombre de structure haute performance du domaine industriel (aéronautique, aérospatial, automobile, énergétique, ...) ou du sport de compétition (cyclisme, voile de loisir ou de compétition, ...). Dans ce contexte de recherche de performances accrues, l'étude des matériaux utilisés pour la réalisation de composites (fibres et résines) ainsi que leur mise en oeuvre est essentielle. Les modèles multi-échelles permettent d'établir ces ponts entre les propriétés des constituants (échelle micro) et les celles du pli composite (échelle méso).

Afin d'obtenir des propriétés à l'échelle des plis composites, des méthodes d'homogénéisations multiples existent (Loi des mélanges, homogénéisation de Voigt ou celles de Reuss. Parmi les méthodes numériques, de nombreux travaux ont été conduits sur des modèles s'appuyant sur une représentation périodique de la structure composites (Volume Élémentaire Représentatif). Parmi les représentations périodiques, deux modèles prédominent : modèle carré ou modèle

hexagonal [3, 4]. Les propriétés homogénéisées par le modèle hexagonal présentent l'avantage de fournir des résultats présentant une isotropie transverse [7, 6].

Ces modèles d'homogénéisation requièrent de connaître les propriétés mécaniques des constituants. Les propriétés de la résine peuvent être aisément qualifiées par des essais mécaniques de traction. En revanche, la qualification des propriétés mécaniques de la fibre est plus délicate avec un grand nombre de propriétés diverses pour certaines difficiles à identifier. Des tentatives de qualification du module de cisaillement plan ( $G_{23}^f$ ) ont été entrepris [8] sans que cela ne permettent de dégager des propriétés qui soient en cohérence avec l'ensemble des travaux [2]. Afin de quantifier les différentes propriétés de la fibre, une méthode d'identification est proposée à partir de différentes données mécaniques du pli uni-directionnel (UD), les propriétés mécaniques de la résine et une méthode d'optimisation.

Il est proposé de présenter les différentes méthodes utilisées (expérimentales et numériques). Les résultats sont ensuite proposées pour les qualifications expérimentales de la résine et du pli UD, ainsi que les résultats de l'optimisation permettant de qualifier les fibres. Ce travail d'optimisation est réalisé sur plusieurs types de fibres utilisant la même résine. Une synthèse de l'ensemble des propriétés de fibres obtenues est proposée et discutée.

## 2. Méthodes

### 2.1. Matériaux

La résine utilisée dans cette étude est une résine epoxy (Se84 LV - Gurit). Les fibres considérées sont les fibres de haut module (HR40 - Mitsubishi) et de module intermédiaire (IM2C - Hexcel). Ces matériaux sont mis en oeuvre un procédé de fabrication en une cuisson unique en autoclave à une pression minimale de 3 bars. Aucune contre-plaque n'est utilisée pour la face bâche.

### 2.2. Essais sur pli composite

Divers essais sur les plis en composite sont réalisés. En premier un essai de flexion 4 points tel que décrit dans un certain nombre de travaux de la littérature [12] selon la norme ASTM D6272 [1]. Cet essai de flexion permet l'extraction du module longitudinal de l'UD en traction ( $E_1^t$ ) et en compression ( $E_1^c$ ). Seul le module longitudinal de traction est retenu pour la suite de l'étude.

Dans un second temps, un essai de traction transverse de l'UD ( $E_2^t$ ) est réalisé selon la norme ASTM D3039 [1]. Il est à considérer que le module hors-plan du composite est équivalent au module de traction transverse. Des expérimentations en ce sens sur des cornières ont permis de recroiser les résultats de rigidité hors plan ( $E_3^t$ ) et plan ( $E_2^t$ ).

Enfin, un essai de cisaillement-plan (plan du pli UD) permet de caractériser le module de cisaillement de l'UD ( $G_{12}$ ). Ce essai réalisé selon la norme ISO 14130 [10].

### 2.3. Traction sur résine

Afin de qualifier le comportement de la résine, un essai de traction est réalisée sur la résine seule selon la norme ISO 527-2 [9]. Les détails de la méthode sont donnés dans des travaux précédents [12]. Les propriétés mécaniques extraites de cet essai sont le module d'élasticité ( $E_m$ ) et le coefficient de Poisson ( $\nu_m$ ).

### 2.4. Modèle micro-mécanique

Afin de réaliser le passage d'échelle entre les propriétés mécaniques des constituants (fibre et résine) et l'échelle du pli composite UD, un volume élémentaire représentatif (VER) est défini à l'aide d'un plug-in développé par Dassault-Systèmes (RVE - Plug-In). Le VER choisi est un modèle hexagonal qui permet de conserver une isotropie transverse (Fig. 1).

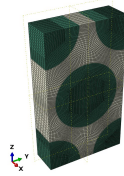


Fig. 1. Représentation du modèle multi-échelle : fibre en vert, résine en beige.

Fibre/résine	$E_1^t$ (GPa)	$E_2^t = E_3^t$ (GPa)	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$ (-)	$\nu_{23}$ (-)
HR40/Se84 LV	205	6.3	4.52	0.31	0.39
IM2C/Se84 LV	170	11.4	4.63	0.32	0.48

Tab. 1. Revue des propriétés mécaniques utilisées pour le pli UD pour les deux fibres de rigidité différentes considérées.  $G_{23}$  est calculé considérant une isotropie transverse du matériau.

Des conditions aux limites de périodicité sont appliquées sur le modèle VER hexagonal [11, 5].

### 2.5. Séquence d'optimisation

L'optimisation est réalisée à partir du logiciel iSight (SIMULIA - Dassault-Systèmes). Cette optimisation consiste en une boucle modifiant les propriétés de la fibre afin de mesurer l'impact sur les propriétés de l'UD utilisant le modèle numérique par éléments finis du VER hexagonal. Ce calcul est réalisé avec le logiciel Abaqus CAE (SIMULIA - Dassault-Systèmes). L'ensemble de la boucle d'optimisation est donnée (Fig. 2).

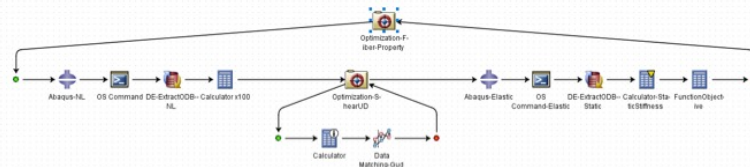


Fig. 2. Représentation de la boucle d'optimisation (iSight) : le calcul de la configuration VER fibre/résine, la lecture des résultats de contraintes/déformations du fichier de résultat (ODB), calcul de la matrice de souplesse, calcul de la fonction objectif.

Plusieurs algorithmes sont considérés pour établir la meilleure configuration d'optimisation (algorithme de gradient, génétiques, ...). Plusieurs configurations de départ (définition des input, contraintes introduites) sont envisagées. Une fonction objectif est définie afin de minimiser les écarts sur les différentes propriétés mécaniques du pli composite UD (Eq. 1).

$$\text{Fonction objectif} = \sum \sqrt{k_i * (P_{UD}^{ref} - P_{UD}^i)^2} / \sum (P_{UD}^{ref}) \quad (\text{Eq. 1})$$

Avec  $P_{UD}^{ref}$  les propriétés de l'UD expérimentaux, les  $P_{UD}^i$  les propriétés de l'UD calculées par le modèle multi-échelle. Les facteurs  $k_i$  sont définis les poids donnés aux différentes propriétés permettant une optimisation de l'ensemble des propriétés avec une précision équivalente.

### 3. Résultats

Les propriétés de la résine Se84 LV sont de  $3.49 \pm 0.06$  GPa pour le module d'élasticité ( $E_m$ ) et  $0.40 \pm 0.01$  pour le coefficient de Poisson. Les propriétés élastiques de l'UD obtenues expérimentalement sont reportées pour les plis haut-module (HR40) et de module intermédiaire (IM2C) (cf. Tab. 1).

Les données obtenues par identification pour les fibres seront communiquées lors de la présentation des travaux.

## 4. Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence les propriétés élastiques de différentes fibres (rigidité variable) en utilisant une boucle d'optimisation utilisant un VER hexagonal et les données de la résine et du pli UD. L'identification est proposée sur deux types de fibres (HR40 et IM2C). La construction d'une base de données de propriétés de fibres avec une confiance dans les résultats obtenus est proposée à partir d'une caractérisation de la résine et de la connaissance d'un ensemble de 5 propriétés à l'échelle du pli.

## Références

- [1] ASTM. D6272 - Standard Test Method for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials by Four-Point Bending, 2008.
- [2] M. Keith Ballard, W. Ross McLendon, and John D. Whitcomb. The influence of microstructure randomness on prediction of fiber properties in composites. *Journal of Composite Materials*, 48(29) :3605–3620, dec 2014.
- [3] Sung Kyu Ha, Kyo Kook Jin, and Yuanchen Huang. Micro-Mechanics of Failure (MMF) for Continuous Fiber Reinforced Composites. *Journal of Composite Materials*, 42(18) :1873–1895, jul 2008.
- [4] Sung Kyu Ha, Kyo Kook Jin, and Yuanchen Huang. Micro-Mechanics of Failure (MMF) for Continuous Fiber Reinforced Composites. *Journal of Composite Materials*, 42(18) :1873–1895, jul 2008.
- [5] M. Heidari-Rarani, K. Bashandeh-Khodaei-Naeini, and S. M. Mirkhalaf. Micromechanical modeling of the mechanical behavior of unidirectional composites – A comparative study. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 37(16) :1051–1071, 2018.
- [6] Y. Huang, C. Jin, and S. K. Ha. Strength prediction of triaxially loaded composites using a progressive damage model based on micromechanics of failure. *Journal of Composite Materials*, 47(6) :777–792, 2012.
- [7] Yuanchen Huang, Lei Xu, and Sung Kyu Ha. Prediction of three-dimensional composite laminate response using micromechanics of failure. *Journal of Composite Materials*, 46(19-20) :2431–2442, 2012.
- [8] Masashi Ishikawa, Yasuo Kogo, Jun Koyanagi, Fumihiko Tanaka, and Tomonaga Okabe. Torsional modulus and internal friction of polyacrylonitrile- and pitch-based carbon fibers. *Journal of Materials Science*, 50(21) :7018–7025, nov 2015.
- [9] ISO. ISO 527-2 : Plastics - Determination of tensile properties - Part 2 Test conditions for moulding and extrusion plastics, 1996.
- [10] ISO. ISO 14130 - Fibre-reinforced plastic composites — Determination of apparent interlaminar shear strength by short-beam method, 1998.
- [11] Stéphane Lejeunes and Stéphane Bourgeois. Une Toolbox Abaqus pour le calcul de propriétés effectives de milieux hétérogènes. In *10ème colloque national en calcul des structures*, pages 1–9, Presqu'île de Giens, 2011. CSMA.
- [12] P.-Y. Mechin, V. Keryvin, J.-C. Grandidier, and D. Glehen. An experimental protocol to measure the parameters affecting the compressive strength of CFRP with a fibre micro-buckling failure criterion. *Composite Structures*, 211 :154–162, mar 2019.

## **Modélisation multi-échelle du comportement mécanique de composite à renfort de verre biaxial (NCF).**

### *Multi-scales modeling of the mechanical behavior of glass fiber composite based on biaxial NCF*

Ahmed Boukar<sup>1</sup>, Stephane Corn<sup>1</sup>, Pierre Slangen<sup>2</sup>, Patrick Ienny<sup>1</sup>

1 : C2MA  
IMT Mines d'Alès, Alès, France 30100  
e-mail : ahmed.boukar@mines-ales.fr patrick.ienny@mines-ales.fr stephane.corn@mines-ales.fr

2 : LGEI-ISR  
IMT Mines Alès, Alès, France 30100  
e-mail : pierre.slangen@mines-ales.fr

### **Résumé**

Une modélisation par homogénéisation multi-échelle est proposée pour prédire les propriétés mécaniques des composites à renfort NCF biaxial. Sur la base d'analyses morphologiques du composite. Une homogénéisation périodique à l'échelle microscopique est effectuée sur un VER hexagonal UD (générer en utilisation le langage script python d'Abaqus) pour déterminer le comportement intra-mèches. Un modèle de VER à l'échelle mésoscopique d'un pli constitué de deux mèches, est ensuite généré (logiciel Texgen) pour conduire une seconde homogénéisation et ainsi déterminer les propriétés du composite. Les résultats de cette approche directe ont montrés l'aptitude du modèle à estimer le comportement élastique linéaire du composite. Ces premiers travaux associés à des critères de rupture établis sur la base des comportements non linéaires des constituants seront in fine utilisés pour simuler et interpréter in essai d'impact de type Charpy sur éprouvette composite à NCF biaxial.

### **Abstract**

A multiscale homogenization modeling is proposed to predict the mechanical behavior of biaxial NCF composite. On the basis of morphological analysis of the composite, a first periodic homogenization at the microscopic scale is performed, on a hexagonal UD RVE (generating using the Python script language of Abaqus) to determine the actual properties of the intra-yarn. A RVE model at the mesoscopic scale consisting of two yarns, is generated (Texgen software) to perform a second homogenization and then to determine the properties of the composite. The results of the direct approach have shown the model's ability to reproduce the elastic behavior of the composite. These first results associated with nonlinear behavior of the constituent will be used in the simulation of the Charpy impact test on biaxial NCF composite.

**Mots Clés :** homogénéisation multi-échelle, composite NCF, Abaqus.

**Keywords:** multi-scales homogenization, NCF composite, Abaqus.

### **Introduction**

Les matériaux composites sont utilisés de façon croissante dans de nombreux secteurs industriels, principalement l'aérospatial, l'aéronautique, la défense, le sport et le secteur du bâtiment. Les améliorations apportées par les composites sont relatives à leur résistance mécanique, leur rigidité et leur légèreté. Cependant, leur microstructure tridimensionnelle complexe rend difficile la prédiction de leurs propriétés effectives ainsi que l'analyse des phénomènes locaux qui peuvent y naître (endommagement, fissuration). Afin de dimensionner au mieux les structures en matériaux composites, notamment soumises à des chargements complexes et des environnements spécifiques, l'étude de leur tenue en service nécessite le développement d'une approches multi-échelle.

De nombreux modèles d'homogénéisation sur microstructure idéalisées [1-3] ont été appliqué pour modéliser les matériaux composites. Dans cette étude, nous proposons une procédure d'homogénéisation en deux étapes. La première étape consiste à homogénéiser une cellule

hexagonale UD [4] pour calculer le comportement effectif équivalent du composite intra-mèche, la seconde consiste à homogénéiser un volume élémentaire représentatif de notre composite à NCF biaxial afin de prédire ses propriétés élastiques linéaires.

Afin de modéliser une microstructure réaliste, différents paramètres morphologiques ont été évalués (fraction volumique de fibre dans les mèches, formes des mèches et espaces inter-mèches), une analyse dimensionnelle quantitative aux deux échelles (micro et mésoscopique) est effectuée à partir des micrographies d'échantillons obtenues par microscope optique (fig.1).

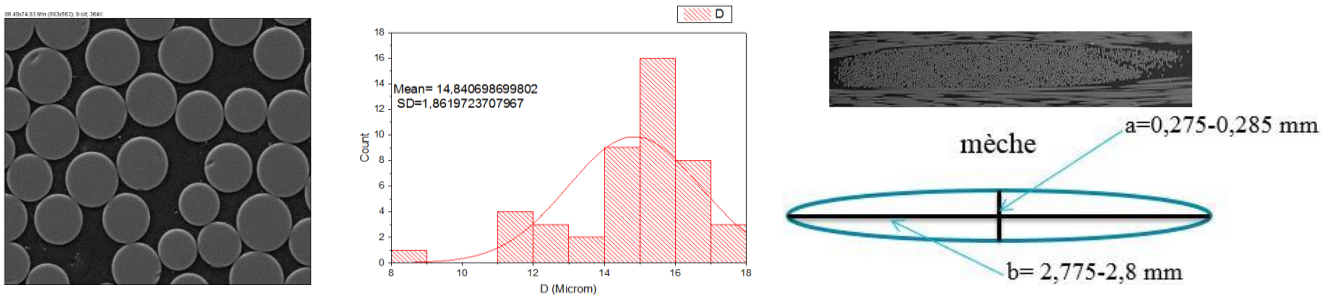


fig 1 : Micrographie des échantillons a) intra-mèche b) distribution diamètre des fibres c) dimension des mèches

## Homogénéisation multi-échelle

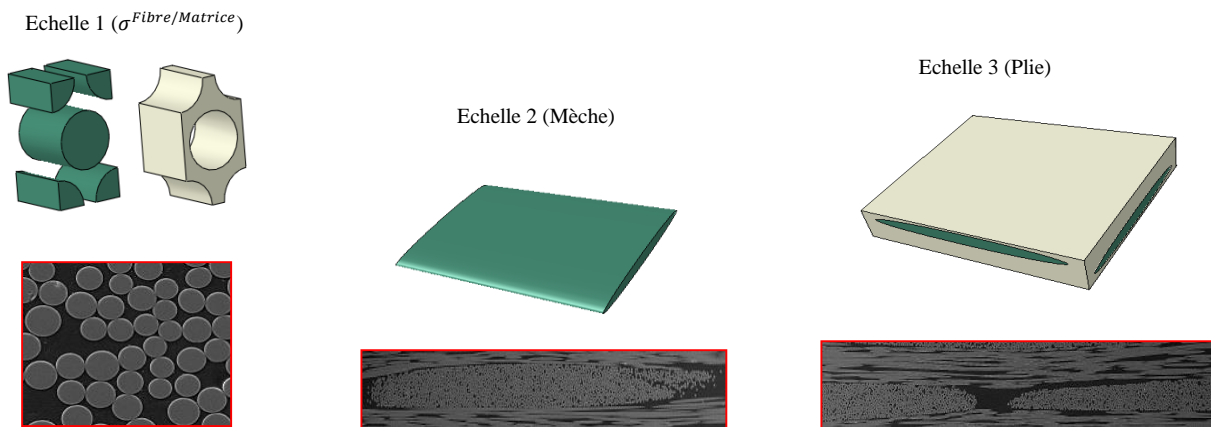


fig 2 : Etapes d'homogénéisation

La première étape permet de modéliser le comportement homogénéisé à l'échelle de la mèche dans le composite (échelle 2). Pour cela, une cellule hexagonale UD a été utilisée pour calculer les propriétés effectives intra-mèches. Cette hypothèse s'est avérée suffisante pour représenter fidèlement le réseau réel de fibres [4]. Grâce à la simplicité de l'architecture, le modèle est généré en utilisant le langage script Python d'Abaqus (fig. 4a). Pour assurer la continuité des champs de contraintes et de déformations, des conditions aux limites périodiques sont définies par des contraintes à des points multiples (MPC), qui relie le déplacement pour chaque paire de nœuds sur les faces de frontières opposées.



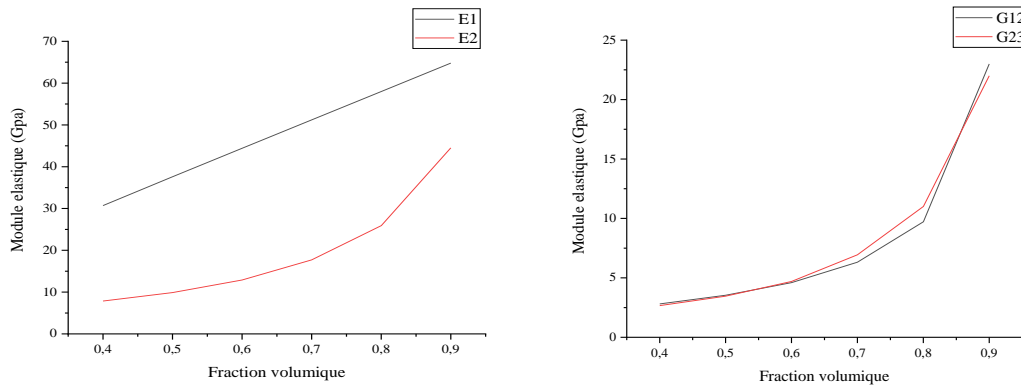


fig. 3 : Evaluation des propriétés élastiques des mèches en fonction de la fraction volumique des fibres

Les propriétés effectives de mèches obtenues par cette méthode sont données dans le tableau 2 pour une fraction volumique de fibre égale à 70%.

$E_1$	$E_2$	$E_3$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{23}$
51.9	17.83	17.85	6.337	6.344	6.948	0.246	0.246	0.246

Tab 1: Propriétés effectives des mèches

La deuxième étape de ce processus d’homogénéisation multi-échelle consiste à prédire les propriétés élastiques linéaires du composite (échelle 3) en partant de celles des mèches dont l’identification est obtenue par l’homogénéisation à l’échelle microscopique. Le second modèle comporte deux mèches dans un VER de dimensions  $(L_1 ; L_2 ; L_3) = (3.6 ; 3.6 ; 0.6)$  mm. La section transversale des fils est elliptique avec des axes majeurs et mineurs de longueurs 2.8 et 0.285 respectivement. Le modèle 3D est généré à l’aide du logiciel Texgen [5], qui crée des modèles de tissu approximatifs avec la forme de la coupe transversale de la mèche (fig. 4).

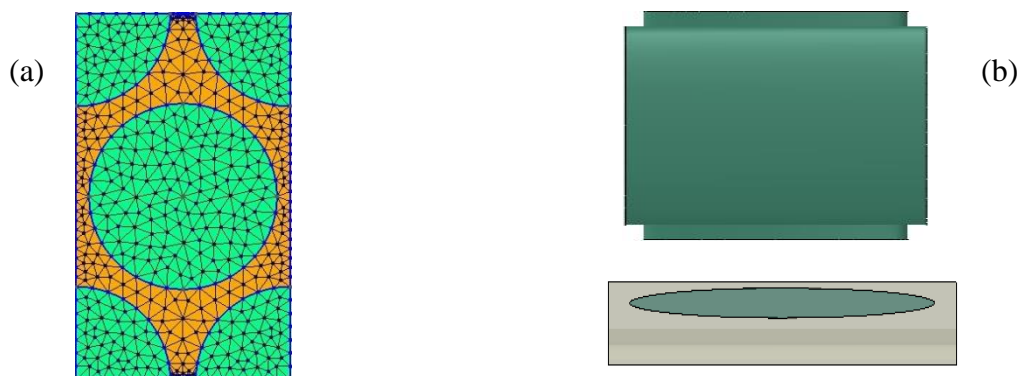


fig 4 : (a) modèle hexagonal à 70% fibre de verre, (b) modèle 2 biaxe à 2 mèches

Les résultats issues de cette modélisation ont été comparés à des résultats d’essai de caractérisation statique afin de valider l’approche multi-échelle mise en place.

	Essai statique	Homogénéisation EF
<b>E<sub>1</sub></b>	23.01	22.8
<b>E<sub>2</sub></b>	24.38	23.1
<b>G<sub>12</sub></b>	5.768	4.98
<b>V<sub>12</sub></b>	0.14	0.143

Les résultats de cette approche directe ont montrés l’aptitude du modèle à estimer le comportement élastique linéaire du composites. Ces premiers travaux associés à des critères de rupture établis sur la base des comportements non linéaires des constituants seront in fine utilisés pour simuler et interpréter un essai d’impact de type Charpy sur composite à NCF biaxial.

## Références

- [1] J. Eshelby, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. Proc. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Sci. 241, 376–396, 1957.
- [2] R. Hill, A self-consistent mechanics of composite materials. J. Mech.Phys. Solids, 13, 213-222, 1965.
- [3] T. Mori, K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, Acta Metall., 21, 571–574, 1973.
- [4] Siva Bhaskara Rao Devireddy, Effect of Fiber Geometry and Representative Volume Element on Elastic and Thermal Properties of Unidirectional Fiber-Reinforced Composites. Hindawi Publishing Corporation Journal of Composites 2014.
- [5] Xin Liu, Wenbin Yu, Modeling of woven fabric composites generated by TexGen using SwiftComp, Purdue University.

# Couplage surfacique non-intrusif de modèles non-conformes pour l'analyse locale-globale de structures hétérogènes

## *Non-intrusive surface coupling of non-conforming models for the global-local analysis of heterogeneous structures*

P.-A. Guidault<sup>1</sup>, M. Wangermez<sup>1,2</sup>, O. Allix<sup>1</sup>, O. Ciobanu<sup>2</sup> et C. Rey<sup>2</sup>

1 : LMT, ENS Paris-Saclay, CNRS, Université Paris-Saclay  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex

e-mail : pierre-alain.guidault@ens-paris-saclay.fr, maxence.wangermez@ens-paris-saclay.fr et olivier.allix@ens-paris-saclay.fr

2 : Safran Tech, Modelling & Simulation

Rue des Jeunes Bois, Chateaufort, F-78114 Magny-Les-Hameaux

e-mail : oana-alexandra.ciobanu@safrangroup.com et christian.rey@safrangroup.com

### Résumé

Une méthode de couplage d'un modèle macroscopique/homogénéisé d'une structure avec un modèle plus « fin », microscopique, de détails localisés est proposée. Elle se base sur un raccord surfacique des modèles qui exploite une séparation micro-macro des quantités d'interface. Afin de prendre en compte des gradients de déformation macroscopique à l'échelle de la zone d'intérêt, une définition de l'espace macroscopique de déplacement d'interface qui s'appuie sur une cinématique second gradient est choisie. L'approche permet d'obtenir dans la zone de détail la solution microscopique qui serait obtenue par homogénéisation au second ordre avec l'avantage de ne pas nécessiter la construction explicite du comportement homogénéisé. Afin de faciliter son utilisation dans les codes industriels, une implémentation non-intrusive de la méthode de couplage est adoptée et est développée dans le code Z-set (ZéBuLoN). Des exemples bidimensionnels de structures hétérogènes simples ou tridimensionnels de composites stratifiés à plis tissés sont étudiés afin d'illustrer les performances de l'approche par rapport aux approches de *submodeling* ou d'analyses locale-globale classiquement utilisées en ingénierie mécanique.

### Abstract

A coupling strategy between a macroscopic/homogenized model of a structure and a « finer » microscopic model of some local details is proposed. It is based on a surface linkage of the models that makes use of a micro-macro separation of interface quantities. In order to account for macroscopic strain gradients at the level of the zone of interest, a second order gradient kinematics is chosen to define the macroscopic space for the interface displacements. The approach enables one to obtain the microscopic solution in the detailed zone that would be obtained by second order homogenization with the advantage of no requiring the explicit construction of the homogenized behavior. In order to facilitate its use in industrial softwares, a non-intrusive implementation of the coupling method is adopted and developed in Z-set software (ZéBuLoN). Two-dimensional examples of simple heterogeneous structures and three-dimensional examples of layered composites with woven fabric plies are studied in order to illustrate the performances of the approach compared with submodeling or global-local analysis approaches that are classically used in mechanical engineering.

**Mots Clés :** couplage surfacique, maillages incompatibles, homogénéisation second ordre, analyse locale-globale

**Keywords :** surface coupling, non-conforming meshes, second order homogenization, global-local analysis

## 1. Contexte industriel

L'analyse de l'influence de phénomènes localisés sur le comportement global d'une structure est une question couramment rencontrée en ingénierie que ce soit pour investiguer les effets d'une modification locale sur le dimensionnement d'une pièce ou pour analyser l'effet d'une fissure ou d'un défaut localisé sur la tenue d'une structure saine. Elle conduit généralement à évaluer l'impact d'un modèle localisé plus « fin » sur la réponse globale de la structure obtenue avec un modèle plus « grossier » par une approche locale-globale comme illustrée en

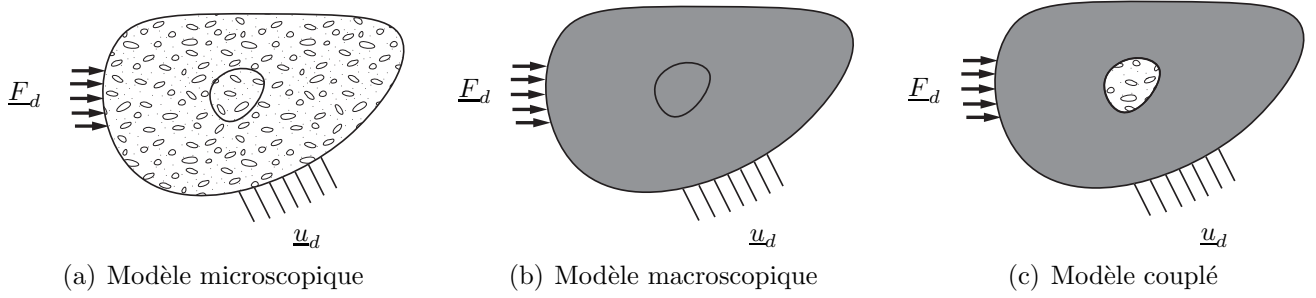


Fig. 1. Différents modèles d'une structure hétérogène

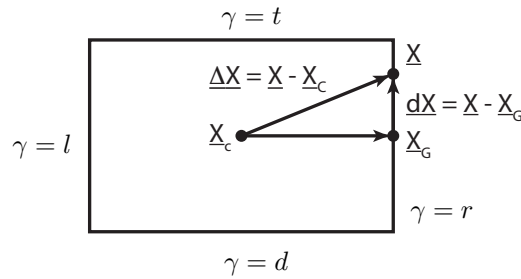
Fig. 1(c) ; un calcul à l'échelle microscopique sur toute la pièce étant généralement hors de portée (Fig. 1(a)). Deux difficultés émergent : celle du choix du comportement macroscopique de la structure (Fig. 1(b)) dans le cas où la définition d'un volume élémentaire représentatif peut ne pas être évidente (pas de séparation des échelles) et celle due au fait que la zone d'intérêt, de taille éventuellement non négligeable par rapport à celle de la structure, peut être soumise à des gradients de déformation relativement importants rendant délicat l'application des techniques d'homogénéisation classiques. Une technique de couplage de modèle basée sur l'homogénéisation au second ordre est ici proposée sans nécessiter la construction explicite du comportement homogénéisé.

## 2. Couplage surfacique basé sur une cinématique second gradient

Sur une interface  $\gamma$  d'une zone d'intérêt rectangulaire  $\Omega_{\mathcal{L}}$  (Fig. 2), le déplacement basé sur une cinématique second gradient [2, 4] peut s'écrire :

$$\underline{W}_{\gamma} = \underline{u}_G^* + (\mathbf{F}_M - \mathbf{I}_d) \cdot d\underline{X} + \mathbf{G}_M : \Delta\underline{X}_G \otimes d\underline{X} + \frac{1}{2} \mathbf{G}_M : d\underline{X} \otimes d\underline{X} + \underline{w} \quad (\text{Eq. 1})$$

où  $\Delta\underline{X}_G = \underline{X}_G - \underline{X}_C$  et  $\underline{u}_G^*$  est fonction de  $\underline{X}_G$  et  $\underline{X}_C$  et indépendant de  $d\underline{X}$ .  $\mathbf{F}_M$  et  $\mathbf{G}_M$  sont les tenseurs des premier et second gradients macroscopiques constants sur  $\Omega_{\mathcal{L}}$ . Afin de définir les


 Fig. 2. Zone d'intérêt rectangulaire  $\Omega_{\mathcal{L}}$  de centre géométrique  $\underline{X}_C$  et interface  $\gamma$  de centre  $\underline{X}_G$ 

quantités macroscopiques  $\mathbf{F}_M$  et  $\mathbf{G}_M$ , les conditions d'admissibilité suivantes sur la fluctuation  $\underline{w}$  sont classiquement adoptées [2] :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \underline{w}(\underline{X}_C, \underline{X}) & \text{périodique} \\ \int_{\gamma} \underline{w}(\underline{X}_C, \underline{X}) d\Gamma = 0, & \text{sur chaque interface } \gamma \text{ de } \Omega_{\mathcal{L}} \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 2})$$

Selon (Eq. 1), le déplacement sur une interface est linéaire et quadratique en  $d\underline{X}$  et dépend de la fluctuation  $\underline{w}$ . Suivant [3], on introduit pour chaque interface  $\gamma$  un projecteur macroscopique

$\mathbf{\Pi}_\gamma^M$  qui extrait les parties moyenne, linéaire et quadratique du déplacement  $\underline{W}_\gamma$  :

$$\mathbf{\Pi}_\gamma^M(\underline{W}_\gamma) = \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^T(\underline{W}_\gamma)}_{\text{constant}} + \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^L(\underline{W}_\gamma)}_{\text{linear in } d\mathbf{X}} + \underbrace{\mathbf{\Pi}_\gamma^Q(\underline{W}_\gamma)}_{\text{quadratic in } d\mathbf{X}} = \underline{W}_\gamma^T + \underline{W}_\gamma^L + \underline{W}_\gamma^Q = \underline{W}_\gamma^M \quad (\text{Eq. 3})$$

et tel que  $\underline{W}_\gamma^M$  et son complément microscopique  $\underline{W}_\gamma^m = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_\gamma^M)(\underline{W}_\gamma)$  soient orthogonaux au sens du produit scalaire suivant :

$$\int_\gamma \underline{W}_\gamma \cdot \underline{F}_\gamma \, d\Gamma = (\underline{W}_\gamma, \underline{F}_\gamma)_\gamma = (\underline{W}_\gamma^M, \underline{F}_\gamma^M)_\gamma + (\underline{W}_\gamma^m, \underline{F}_\gamma^m)_\gamma$$

Les efforts macroscopiques  $\underline{F}_\gamma^M$  peuvent être définis sur la même base macroscopique. On notera que, par définition,  $\underline{W}_\gamma^m$  est à moyenne nulle et vérifie la deuxième condition de (Eq. 2). Par ailleurs, la séparation d'échelle ici proposée implique aussi que  $\underline{W}_\gamma^m$  est à partie linéaire nulle, condition qui n'est pas nécessairement vérifiée par  $\underline{w}$ .

Si l'on souhaite que le couplage de la zone locale  $\Omega_\mathcal{L}$  et du modèle global  $\Omega_\mathcal{G}$  illustré en Fig. 1(c) assure la transmission de la cinématique de second gradient de (Eq. 1), il faut imposer la périodicité de  $\underline{W}_\gamma^m$  et des parties quadratiques pour chaque paire d'interfaces  $\gamma^+$  et  $\gamma^-$  en vis-à-vis :

$$\begin{cases} \frac{W_{\mathcal{L},\gamma^+}^m - W_{\mathcal{L},\gamma^-}^m}{W_{\mathcal{L},\gamma^+}^Q - W_{\mathcal{L},\gamma^-}^Q} = \frac{W_{\mathcal{G},\gamma^+}^m - W_{\mathcal{G},\gamma^-}^m}{W_{\mathcal{G},\gamma^+}^Q - W_{\mathcal{G},\gamma^-}^Q} = \underline{0} \end{cases} \quad (\text{Eq. 4})$$

On montre alors que les conditions de couplage suivantes :

$$\begin{cases} \frac{W_{\mathcal{L},\gamma}^T}{\underline{u}_\mathcal{L}(\underline{A})} = \frac{W_{\mathcal{G},\gamma}^T}{\underline{u}_\mathcal{G}(\underline{A})} & \text{pour chaque interface } \gamma \\ \frac{W_{\mathcal{L},\gamma^+}^L - W_{\mathcal{L},\gamma^-}^L}{\underline{u}_\mathcal{L}(\underline{A})} = \frac{W_{\mathcal{G},\gamma^+}^L - W_{\mathcal{G},\gamma^-}^L}{\underline{u}_\mathcal{G}(\underline{A})} & \text{pour chaque paire d'interfaces } \gamma^+/\gamma^- \\ \underline{u}_\mathcal{L}(\underline{A}) = \underline{u}_\mathcal{G}(\underline{A}) & \text{en un coin } A \text{ du domaine} \end{cases} \quad (\text{Eq. 5})$$

suffisent pour définir explicitement  $\mathbf{F}_M$  et  $\mathbf{G}_M$  sur  $\Omega_\mathcal{L}$  ainsi que son mouvement de corps rigide. Dans le cas où le modèle global défini sur  $\Omega_\mathcal{G}$  est bien le comportement homogénéisé, on obtient bien la cinématique induite par (Eq. 1). Une implémentation non-intrusive de la méthode de couplage [1] est développée dans le code Z-set (ZéBuLoN).

### 3. Plaque multiperforée soumise à un gradient linéaire de déformation

Une plaque multiperforée (Fig. 3) est soumise à un gradient linéaire de déformation macroscopique en appliquant sur sa frontière  $\partial_u \Omega$  le déplacement  $\underline{u}_d = \frac{1}{2} \mathbf{G}_0 : \underline{\mathbf{X}} \otimes \underline{\mathbf{X}}$  avec  $G_0^{xyx} = 10$ ,  $G_0^{yxx} = 3$ ,  $G_0^{yyy} = 2$ ,  $G_0^{xyy} = 5$ ,  $G_0^{xxx} = -2.52$  et  $G_0^{yyy} = -4.49$ . Sur la zone locale  $\Omega_\mathcal{L}$ , une

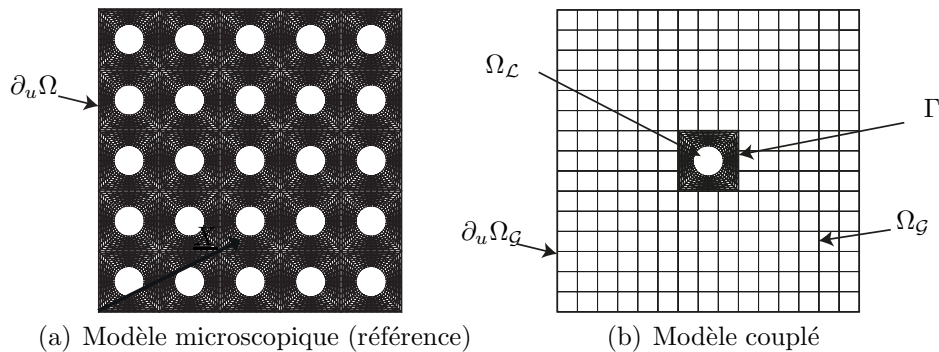


Fig. 3. Modèle microscopique (référence) et modèle couplé d'une plaque multiperforée

erreur  $e$  par élément par rapport à la solution de référence associée au modèle de la Fig. 3(a) est définie par :

$$e_{ele} = \frac{\|\underline{u}_\mathcal{L} - \underline{u}_{ref}\|_{ele}^2}{\|\underline{u}_{ref}\|_{VER}^2}$$

où  $\|\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}\|_{ele}^2 = \frac{1}{2meas(ele)} \int_{ele} \underline{\varepsilon}(\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}) : \mathbf{K}_{\mathcal{L}} : \underline{\varepsilon}(\underline{u}_{\mathcal{L}} - \underline{u}_{ref}) d\Omega$  avec  $\mathbf{K}_{\mathcal{L}}$  le tenseur de Hook sur  $\Omega_{\mathcal{L}}$ . La Fig. 1 montre qu'un couplage classique mortar (multiplicateur discrétisé sur le maillage du modèle grossier) conduit à des niveaux d'erreur très importants et fortement dépendants de la discrétisation du modèle grossier contrairement à la méthode de couplage proposée.

Maillages				
Raccord mortar				
Erreur max.	$e_{ele}^{max} = 150\%$	$e_{ele}^{max} = 10\%$	$e_{ele}^{max} = 35\%$	$e_{ele}^{max} = 38\%$
Raccord proposé				
Erreur max.	$e_{ele}^{max} = 3.69\%$	$e_{ele}^{max} = 2.06\%$	$e_{ele}^{max} = 2.21\%$	$e_{ele}^{max} = 2.25\%$
Echelle	 0%                      5%                      10%			

Tab. 1. Carte d'erreur  $e_{ele}$  sur la zone locale  $\Omega_{\mathcal{L}}$

## Références

- [1] Pierre Gosselet, Maxime Blanchard, Olivier Allix, and Guillaume Guguin. Non-invasive global–local coupling as a schwarz domain decomposition method : acceleration and generalization. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 5(4), 2018.
- [2] Varvara G. Kouznetsova, Marc Geers, and W. A. M. Brekelmans. Size of a representative volume element in a second-order computational homogenization framework. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2(4) :575–598, 2004.
- [3] P. Ladevèze, O. Loiseau, and D. Dureisseix. A micro–macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52(1–2) :121–138, 2001.
- [4] Fermin Otero, Sergio Oller, and Xavier Martinez. Multiscale computational homogenization : Review and proposal of a new enhanced–first-order method. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 25(2) :479–505, 2018.

## Estimation des coefficients de fluage de maçonnerie avec prise en compte d'interactions entre microfissures

### *Estimates for masonry creep coefficients accounting for micro-cracks interactions*

Amna REKIK<sup>1</sup>, Eric BLOND<sup>1</sup> et Frédéric LEBON<sup>2</sup>

1 : Laboratoire Gabriel LaMé (EA 7494)  
Adresse, Polytech Orléans, 8 rue Léonard de Vinci  
45072 Orléans Cedex 2, France  
e-mail : [amna.rekik@univ-orleans.fr](mailto:amna.rekik@univ-orleans.fr) et [eric.blond@univ-orleans.fr](mailto:eric.blond@univ-orleans.fr)

2 : Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA)  
Adresse, LMA, Université Aix-Marseille, CNRS, Centrale Marseille,  
4 Impasse Nikola Tesla CS40006, 13453 Marseille Cedex 13, France  
e-mail : [lebon@lma.cnrs-mrs.fr](mailto:lebon@lma.cnrs-mrs.fr)

### Résumé

Ce travail vise à évaluer le comportement effectif et local de maçonnerie avec la prise en compte d'effets de fluage dans les briques et mortier et de la présence de microfissures, principalement dans les joints de mortier, souvent considérés comme la partie la plus fragile d'une maçonnerie sollicitée. Par souci de simplicité, briques et mortier sont supposés suivre le modèle de Maxwell généralisé. La première étape du modèle proposé repose sur le couplage entre la théorie de Griffith de la rupture fragile et un schéma d'homogénéisation rigoureux - le modèle de Ponte Castañeda & Willis [1] - en tenant compte des interactions de fissures comme alternative au schéma de dilution adopté précédemment par Rekik et al. [2, 3] Cette étape fournit des estimations rigoureuses du comportement effectif du mortier micro-fissuré viscoélastique. Pour les fissures ouvertes, la densité de fissure considérée évolue ici en loi puissance en fonction du temps [5]. La seconde étape, basée sur l'homogénéisation périodique réalisée par la méthode des éléments finis, permet d'évaluer le comportement local de structures maçonnées viscoélastiques et micro-fissurées. Des comparaisons entre les estimations diluées et celles issues de ce modèle [4] pour une maçonnerie démontrent l'avantage de prendre en compte les interactions de fissures et montrent l'intérêt de ne pas négliger le fluage des briques.

### Abstract

This work aims to assess local and effective behaviour of masonry accounting for creep effects in either bricks and mortar and the presence of micro-cracks mainly in the mortar joints frequently considered as the most brittle part in a loaded masonry. For the sake of simplicity, bricks and mortar joints are assumed to follow the Generalized Maxwell model. The first step of the proposed model relies on the coupling between the Griffith's brittle fracture theory and a rigorous homogenization scheme - the Ponte Castañeda & Willis model [1] - accounting for cracks interactions instead of the dilute scheme adopted previously in Rekik et al. [2, 3]. This step provides rigorous estimates for the effective behaviour of the viscoelastic micro-cracked mortar. For open cracks, time-dependent crack density is investigated [5]. The second step based on periodic homogenization carried out by finite elements method enables the assessment of effective and local behavior of viscoelastic micro-cracked masonry structures. Comparisons between dilute and PCW estimates proposed in this work [4] for a regular masonry demonstrates the advantage to account for crack interactions and shows the interest to not neglect the creep of bricks units.

**Mots Clés :** Maçonnerie ; Fluage ; Micro-fissures ; Méthode des éléments finis ; Modèle de Ponte-Castañeda & Willis.  
**Keywords :** Masonry; Creep; Microcracks; Finite elements ; Ponte-Castañeda & Willis model.

## Références

- [1] P. Ponte Castañeda, J.R. Willis. The effect of spatial distribution on the effective behavior of composite materials and cracked media. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*,43 (12), 1919-1951, 1995.
- [2] Rekik, A., Gasser, A., Numerical homogenization model for effective creep properties of microcracked masonry, *International Journal of Solids and Structures*, vol 102-103, pp. 297-320 (2016).
- [3] Rekik, A., Nguyen, N.T.T., Gasser, A., Multi-level modeling of microcracked viscoelastic masonry, *International Journal of Solids and Structures*, vol 81, pp 63-83 (2016).
- [4] Rekik, A., Rigorous estimates for effective creep-coefficients of microcracked masonry accounting for cracks interactions, under review in “*Periodica Polytechnica Civil Engineering*”
- [5] Sayed-Ahmed, E. Y., Shrive, N. G., Tilleman, D., Creep deformation of clay masonry structures: a parametric study, *Revue canadienne de génie civil*, 25(1): 67-80 (1998).